

Envelope Family 操りの十分条件

金子 真* 原田 研介* 辻 敏夫*

A Sufficient Condition for Manipulation of Envelope Family

Makoto Kaneko*, Kensuke Harada* and Toshio Tsuji*

This paper discusses a sufficient condition for manipulation of Envelope Family, where multiple contacts are allowed between chains and object (or environment). All chains are assigned by either position controlled chain (P-chain) or torque controlled chain (T-chain). While the object motion under multiple contacts can not be uniquely specified by T-chains only, we show a sufficient condition ensuring that a given set of torque commands for T-chains always move the object toward the goal along the surface of P-chain (or a fixed environment). Experiments as well as simulations are also shown to verify the basic idea.

Key Words: Multi-fingered Robot Hand, Enveloping Grasp, Manipulation of Object, In-Hand Manipulation

1. 緒 言

Fig. 1 のように個々のリンクが複数点で対象物(あるいは環境)と接触しているような把握形態または行動形態を総称して Envelope Family と呼ぶことにする。従来操りの問題は器用さを前面に出し, リンク先端が対象物(あるいは環境)に接触するという大前提のもとで考察されてきた。一方で物理的制約によってリンク先端だけを使って対象物を操ることができない場合がある。例えば, Fig. 1 (b) のように, ヒューマノイドロボットが大きい重量物を取り扱う場合を想定してみよう。この場合, 関節トルク制限を考慮すると, 手先だけを使って対象物を持ち上げることは一般に困難で, 必然的に包み込み方式にならざるを得ない。歩行ロボットでも同様なケースが考えられる。例えば, 足先歩行では滑りや転倒により踏破できないような急斜面であっても Fig. 1 (c) のように, 胴体や脚リンクを積極的に環境に接触させることによって, 対外乱口バスタ性が向上し, 踏破できる場合が考えられる。以上のような包み込み形態による操りのニーズを踏まえた上で, 本研究では Envelope Family の操り問題について考察する。この問題を考える上で, 不静定接触力の影響を無視することはできない。不静定接触力はトルクにも合力にも影響を及ぼさない接触力で, 一般に剛体リンク系で考える限り, ほとんどの包み込み形態において発生する。小俣ら [10] は, この不静定接触力の存在する範囲を考慮した上で, 外力仕様を満たす関節トルク集合について議論しているが, 本研究では, 解析の複雑化を避けるため, 変形が無視できるほど小

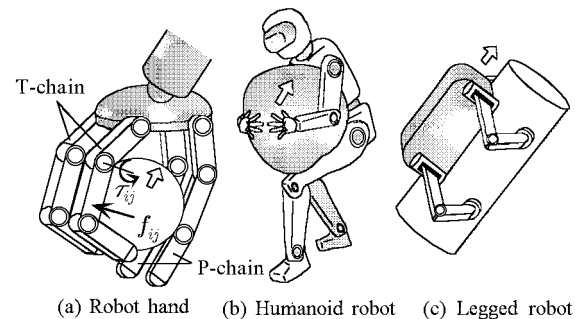


Fig. 1 Example of envelope family

さいコンプライアンスを各接触点で仮定し, この不静定接触力を排除する立場をとる。

一方, 包み込まれた対象物を関節トルク指令だけで厳密に操ることは摩擦がない場合 [1] [2] を除いてきわめて難しい。本論文では関節トルク指令だけで包み込まれた対象物を操ることの限界を知った上で, トルク制御指 (T-chain) と位置制御指 (P-chain) を組み合わせた混合リンクによって対象物を操る方法を考える。例えば, Fig. 1 (a) のような 4 本指ハンドが球を包み込んでいる場合を考えてみよう。ここでは, 位置制御リンクは“壁”の役割を演じ, トルク制御リンクは対象物を位置制御リンクに押し付けながら動かす“押し棒”の役割を演じる。トルク制御リンクの各関節にうまくトルク指令を与えると, 対象物は位置制御リンクの表面に沿って移動するケースが考えられる。この場合, 各接触点では, ころがりや滑りが起こる可能性があるが, 本研究ではこのような個々の現象にはこだわらず, 対象物を位置制御リンクに沿って動かすことだけを考える。つまり, “摩擦係数

原稿受付 2000 年 2 月 18 日

* 広島大学工学部

* Hiroshima University

が既知の位置制御リンクの表面に沿って対象物を規定された方向に動かすためにはトルク制御リンクの各関節にどのようなトルク指令を与えたらよいか”というのが本研究での問題設定となる。この問題は(1)与えられた摩擦条件の下で対象物を位置制御リンクに沿って動かすために合力空間が維持しなければならない十分条件、および(2)(1)の条件を満足するためトルク制御リンクのトルク指令に関する十分条件の二つに分解して考えることができる。Force-Flow-Diagram [3]は、与えられたトルク指令に対して生成される合力を調べる順問題を取り扱っているのに対し(2)では合力空間の範囲を指定してそれを作り出すトルク指令値を求める逆問題を取り扱うことになる。なお、一般に合力空間といった場合、合力、合モーメント空間を指すことが多い[9]~[11]が、ここでは姿勢を気にせず対象物を位置制御リンクの表面に沿って動かすという観点から、並進力3成分に着目したものを合力空間と呼ぶことにする。

本論文では2章で関連研究についてまとめる。3章では微小コンプライアンスを仮定した上で、一定トルク指令下で接触力空間が無限方向錐にならない場合、各接触力空間は二つの平行平面と摩擦円錐で囲まれた有界な凸空間[†]になることを示す(定理1)。続いて、摩擦円錐を多面錐近似した場合、合力空間の各頂点に対応する合力は接触力空間の多面錐の稜線上に存在する接触力によって作られることを示す(定理2, 定理3)。さらに、摩擦円錐を内包するような多面錐で近似すると、得られた合力空間は元々の摩擦円錐によって作られる合力空間を必ず内包することを示す(定理4)。これらの性質を利用して、合力空間の全頂点を限定された凸空間内に押し込むための十分条件(定理5)を関節トルクの関数として導出する。この関係を用いて、対象物を位置制御リンクに沿って移動させるための関節トルク指令値を算出することができる。本研究では、摩擦円錐を多面錐で精度よく近似するという立場ではなく、充分性が保持されてさえいれば摩擦円錐はどのような多面錐に置き換えられてもよいという立場である。従来、摩擦円錐の近似精度を上げるために、8面錐、10面錐などの多面錐が用いられてきたが、本論文では元々の摩擦円錐を内包してさえいれば、たとえ3面錐であっても充分性が保持されるという点を強調しておきたい。このため、膨大な計算をしなくても十分条件を満足する解を算出することができる。最後に提案する手法をシミュレーションにより検証するとともに、一定トルク制御されたリンクによって包み込み把握された円柱物体を位置制御リンクに沿って誘導する実験についても報告する。

なお、本論文ではロボット指による包み込み把握を想定して話を進めるが、以下の議論はEnvelope Family全体に対して当てはまることを付記しておきたい。

2. 関連研究

母親が子供を抱きかかえるとき、母親は腕全体を使って子供の体重をうまく分散させるとともに外乱に対してロバストな抱きかかえ形態をとっている。Salisbury [4]は、このような抱きかかえ形態をヒントに、Whole-Arm-Manipulationという新しい

把握形態を提案している。Trinkle, Abel, and Paul [5]は、摩擦なしの条件下で二次元対象物の持ち上げ可能条件について考察している。“包み込み把握(Enveloping Grasp)”というキーワードは、この論文の中で初めて使われている。一方、包み込み把握の多くは、外乱に対して、関節トルクを変化させることなく外乱に抗する力、モーメントが機構内で発生できる。このような包み込み把握は特に“パワーグラスブ”[6]~[11]と呼ばれることもある。Mirza and Orin [6]は、パワーグラスブで支えることができる最大荷重を線形計画法を使って算出し、指先把握に比べ、最大荷重が大幅に増加することを指摘している。Bicchi [7]は、パワーグラスブの接触力について考察し、接触力が関節トルクにより制御できる成分と制御できない成分に分類できることを示している。Zhang, Nakamura, Goda, and Yoshimoto [19]は、対象物と指リンクの接触点で滑りを起こさせる最小仮想仕事率を用いてパワーグラスブのロバスト性を評価している。張, 中村, 吉本 [9]は接触力空間、合力空間の凸性について論じている。Omata and Nagata [10]は、運動学的な関係から得られる拘束条件を用い、実現可能な接触力の領域を示している。Yu, Takeuchi, and Yoshikawa [11]は、指定された要求外力仕様を満足するトルク空間のうち、最大の関節トルクが最小になる把握形態を最適パワーグラスブと定義し、その計画方法について考察している。さらに小俣らは不静定接触力を考慮した上で外力仕様を満たすトルク指令値の決定方法[20]について提案している。

これらの研究[6]~[11][20]は、ハンドが対象物をいかにしっかりと把握するかという観点から議論されてきた。これに対し、本論文では把握力を積極的に緩めて対象物を操る方法について考察する。

3. 凸多面錐内に合力空間を作るための十分条件

3.1 仮定

議論を簡単化するため、以下の仮定をおく。

- 仮定1: ロボット指は n 本のトルク指令指が存在し、第 i 指 m_i 個の関節が備わっているものとする。ただし、関節軸の方向はすべて同一方向を向いているものとする。
- 仮定2: トルク制御指の各リンクに一点だけ対象物との接触点を持つものとする。
- 仮定3: 指リンクの重さは無視するものとする。
- 仮定4: 各接触点において摩擦係数を μ とし、静摩擦係数と動摩擦係数は区別しないものとする。
- 仮定5: 接触点の位置と対象物の重心は既知とする。
- 仮定6: 指同士の間干渉は考えないものとする。
- 仮定7: 各関節にかかるトルクの絶対値の上限を τ^{\max} とする。
- 仮定8: 各接触点には、その変形が無視できる程度の小さい任意コンプライアンスが存在するものとする。

仮定1で関節軸の方向を同一方向に限定する理由は、接触力空間の表現をシンプルな形にするためである。一般的なハンドや脚の場合、根元に横振りの自由度が入る。この場合、一部式が変わるが、基本的な考え方は変わらない。この点については後で補足説明を加える。トルク制御指の各リンクと対象物との間に複数の接触点が存在すると接触力の配分について考慮しなけれ

[†]本論文では凸集合により定義される空間を凸空間と呼ぶことにする。

ばならない．仮定 2 はこれを排除するための仮定である．また，以下の議論で使用するヤコビ行列を既知にするためには接触点の位置情報が不可欠となる．仮定 5 はこのための仮定で，実際には各リンクに触覚センサを貼りつけたり，視覚センサを配置して接触点を測定することと等価である．なお，操りを保証するトルク空間に対して境界からできるだけ内部にあるトルクを選んでおけば，接触点の位置情報に多少の不確定要素が入っていたとしても所望の操りは達成できる．一方，剛体リンク系で考える限り，包み込み把握では，一般にトルクにも合力にも影響を及ぼさない不静定接触力が発生する．本研究では仮定 8 によって各接触点で変形が無視できる程度のコンプライアンスを仮定する．これにより接触力は一意に決まる．接触点のコンプライアンスが仮に未知であったとしても，その接触力が結果的に摩擦円錐からはずれて生成されることはない．仮定 8 により，不静定接触力が抱えるわずらわしい問題から開放される．なお，仮定 3, 4, 5, 6 は問題を単純にするための仮定である．

3.2 トルクと接触力の関係

Fig. 1 のようなロボットハンドの第 i 番目のトルク指令指について考える． f_{ij} は第 i 指の第 j 番目の接触点での接触力ベクトル， $\tau_i = [\tau_{i1}, \dots, \tau_{im_i}]^t \in R^{m_i \times 1}$ は第 i 指の関節トルクベクトルとする． τ_i^j を接触力 f_{ij} によって発生するものとする． τ_i^j は次式で与えられる．

$$\tau_i^j = J_{ij}^t f_{ij} \quad (1)$$

ここで， J_{ij}^t は，接触力を関節トルクに変換するヤコビ行列である． τ_i と f_{ij} の関係は，重ね合わせの原理を利用し，

$$\tau_i = \sum_{j=1}^{m_i} \tau_i^j \quad (2)$$

$$= \sum_{j=1}^{m_i} J_{ij}^t f_{ij} \quad (3)$$

となる．第 i 番目のトルク指令指の接触力と関節トルクとの関係は，

$$\tau_i = J_i^t f_i \quad (4)$$

ただし， $f_i = [f_{i1}^t, \dots, f_{im_i}^t]^t \in R^{3m_i \times 1}$ ，

$$J_i^t = [J_{i1}^t, \dots, J_{im_i}^t] \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{i1}^t & & J_{im_i}^t \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & J_{im_i}^t \end{bmatrix} \in R^{m_i \times 3m_i} \quad (6)$$

である．これをすべての指についてまとめると，式 (7) が成立する．

$$\tau = J^t f \quad (7)$$

ただし， $\tau \in R^{M \times 1}$ ， $J^t \in R^{M \times 3M}$ ， $f \in R^{3M \times 1}$ ， $M = \sum_{i=1}^n m_i$ ．

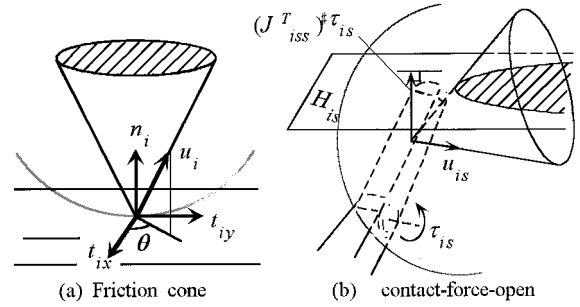


Fig. 2 Parameters of friction cone and contact-force-open

3.3 接触力空間の性質

ここでは第 k 指にトルクを入力したときに接触力集合が張る空間の性質について吟味する．ただし簡単のため添字 k を省略し， $\tau_k = [\tau_{k1} \dots \tau_{km_k}]^t$ を単に $\tau = [\tau_1 \dots \tau_{m_k}]^t$ で記すものとする．

[定理 1] トルク制御指が各リンクに一点だけ対象物との接触点をもつものとする．いま，第 i 番目の摩擦円錐上の単位ベクトルを，

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 1}} n_i + \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + 1}} (t_{ix} \cos \theta + t_{iy} \sin \theta)$$

とおく．ただし， n_i, t_{ix}, t_{iy} は，Fig. 2 (a) のように定義された単位法線ベクトルおよび単位接線ベクトルである．すべての θ に対して $\tau_i \geq 0$ かつ $u_i^t J_{ii} \geq 0$ ($i = 1, \dots, m_k$) が成り立つとき，接触力空間は二つの平行な平面と摩擦円錐で囲まれた閉凸空間となる．ただし第 i 関節のトルクの正方向を示す単位軸ベクトルを z_i ，第 i 関節から第 i 接触点までの位置ベクトルを p_i とするとき $(p_i \times n_i) z_i > 0$ を満たすものとする．

[証明] ヤコビアン J^t は式 (6) の形をとるので， m 番目の関節トルクについて， $\tau_m = J_{mm}^t f_m$ という関係式が得られる．これを f_m について解くと，

$$f_m = (J_{mm}^t)^\# \tau_m + \{I_3 - (J_{mm}^t)^\# J_{mm}^t\} w_m \quad (8)$$

となる．ただし， $w_m \in R^{3 \times 1}$ は任意ベクトル， $\#$ は擬逆行列を示し， $f_m \in R^{3 \times 1}$ ， $J_{mm}^t \in R^{1 \times 3}$ ， $I_3 \in R^{3 \times 3}$ (単位行列) である． $\text{rank}(J_{mm}^t) = 1$ だから $\text{rank}(I_3 - (J_{mm}^t)^\# J_{mm}^t) = 2$ ．したがって， w_m には二つの独立したパラメータが存在する．Fig. 3 (a) は， $(J_{mm}^t)^\# \tau_m$ と $\{I_3 - (J_{mm}^t)^\# J_{mm}^t\} w_m$ の関係を幾何学的に表したものである．図の斜線の部分は，一定トルク制御を行っているときの接触力空間 (この場合は平面) となる．この場合，距離がゼロの二つの平行平面と摩擦円錐の交差する部分とみなすことができる．このとき，平面 H_m と摩擦円錐の共通平面は必ずしも閉じた平面にならない． $u_m^t (J_{mm}^t)^\# \tau_m \geq 0$ のとき，すなわち， $\tau_m \geq 0$ かつ $u_m^t (J_{mm}^t)^\# \geq 0$ が成り立つときには，Fig. 2 (a) のように閉じた平面になるが， $\tau_m \geq 0$ でも $u_m^t (J_{mm}^t)^\# < 0$ となるような θ が存在するとき，Fig. 2 (b) のように接触力空間は有界とはならない．なお， J_{mm} と $(J_{mm}^t)^\#$ の方向は変わらないから， $u_m^t (J_{mm}^t)^\# \geq 0$ は， $u_m^t J_{mm} \geq 0$ と等価になる．次に， $w_m = w_{m0}$ と固定したときの接触力 f_{m-1} を考える．トルクと接触力との関係から，

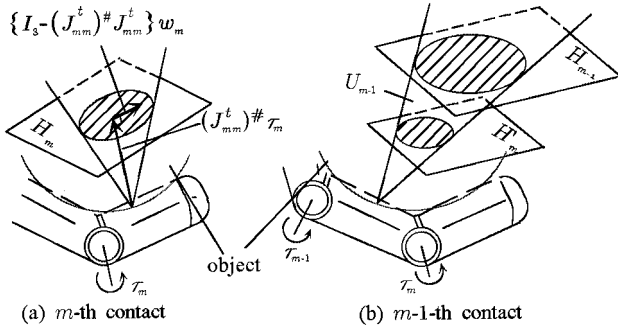


Fig. 3 Contact force sets in m and m-1 contacts

$$\tau_{m-1} = \mathbf{J}_{m-1m}^t \mathbf{f}_{m-1} + \mathbf{J}_{m-1m}^t \mathbf{f}_m \quad (9)$$

$$= \mathbf{J}_{m-1m}^t \mathbf{f}_{m-1} + \mathbf{J}_{m-1m}^t \{(\mathbf{J}_{mm}^t)^\# \tau_m + \mathbf{T}_m \mathbf{w}_{m0}\} \quad (10)$$

を得る．ただし， $\mathbf{T}_m = \mathbf{I}_3 - (\mathbf{J}_{mm}^t)^\# \mathbf{J}_{mm}^t \in R^{3 \times 3}$ である． τ_m と \mathbf{w}_{m0} は一定であるので，式(10)の右辺の第二項目は一定となる．式(10)の右辺の第二項目を τ'_{m-1} とすると，式(10)は次のように書ける．

$$\tau_{m-1} - \tau'_{m-1} = \mathbf{J}_{m-1m}^t \mathbf{f}_{m-1} \quad (11)$$

ただし， $\tau'_{m-1} = \mathbf{J}_{m-1m}^t \{(\mathbf{J}_{mm}^t)^\# \tau_m + \mathbf{T}_m \mathbf{w}_{m0}\}$ である．式(11)から，

$$\mathbf{f}_{m-1} = (\mathbf{J}_{m-1m}^t)^\# \tau_{m-1} + \mathbf{T}_{m-1} \mathbf{w}_{m-1} \quad (12)$$

を得る．ただし， $\tau_{m-1}^* = \tau_{m-1} - \tau'_{m-1}$ である． H_m 上のベクトル \mathbf{w}_m を変化させると，Fig. 3(b)のような接触力 \mathbf{f}_{m-1} の領域を示す空間 \mathcal{U}_{m-1} が求まる． τ_{m-1}^* は \mathbf{w}_m によって変化するが， $\text{rank}(\mathbf{J}_{m-1m}^t) = 1$ のため， $(\mathbf{J}_{m-1m}^t)^\# \tau_{m-1}^*$ の方向は変化しないので， H_{m-1} と H'_{m-1} の二つの平面は平行になることに注意されたい．また， \mathcal{U}_{m-1} が有界になるためには， $\tau_{m-1} \geq 0$ ， $\mathbf{u}_{m-1}^t \mathbf{J}_{m-1m} \geq 0$ が成り立てばよい．次に，接触力 \mathbf{f}_j は，摩擦円錐と二つの平行平面 H_j と H'_j で囲まれた凸空間内に存在するものとする．この仮定の下で接触力 \mathbf{f}_{j-1} を考える．仮定から \mathbf{f}_j は，次のように表せる．

$$\mathbf{f}_j = (\mathbf{J}_{jj}^t)^\# \{\tau_{j \min}^* + (\tau_{j \max}^* - \tau_{j \min}^*) \eta_j\} + \mathbf{T}_j \mathbf{w}_j \quad (13)$$

ただし， η_j は $(\mathbf{J}_{jj}^t)^\#$ の方向の大きさを決めるパラメータであり， $0 \leq \eta_j \leq 1$ である．第 m 関節の議論より， \mathbf{f}_{j-1} は， $\eta_j = \eta_{j0}$ と $\mathbf{w}_j = \mathbf{w}_{j0}$ のとき平面を形成する．また， $\eta_j = \eta_{j0}$ で \mathbf{w}_j を変化させる場合，第 $m-1$ 関節の議論より， $\tau_{j-1} \geq 0$ ， $\mathbf{u}_{j-1}^t \mathbf{J}_{j-1j} \geq 0$ であれば \mathbf{f}_{j-1} は，二つの平行平面と摩擦円錐で囲まれた凸空間を形成する．次に， η_j を $[0, 1]$ で変化させることを考える．式(13)の第一項は常に第二項と直交する関係にある．したがって， η_j を $[0, 1]$ で変化させたときに最終的に決まる摩擦円錐との境界切断面も $\eta_j = \eta_{j0}$ のときに決まった二つの平行平面と必ず平行になる．以上より， \mathbf{w}_j と η_j 両方を変化させたとしても， \mathbf{f}_{j-1} は摩擦円錐と二つの平行平面で囲まれた凸空間となることが示された． □

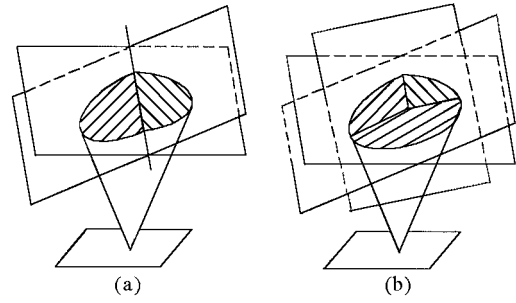


Fig. 4 Friction cone cut by planes

定理1により，一定トルク指令下では Fig. 4 のように摩擦円錐が二つ以上の平面によって切り取られるようなことはない．一定トルク指令下では，摩擦円錐の内部に境界線や頂点が現れないことをあえて強調しておきたい．

3.4 Contact-force-close

ここで $\tau_i \geq 0$ を仮定し， $\mathbf{u}_i^t \mathbf{J}_{ii}$ を用いて，contact-force-close という概念を定義しておこう．

[定義] すべての θ に対して $\mathbf{u}_i^t \mathbf{J}_{ii} \geq 0$ が成り立つとき，contact-force-close と呼ぶ．また， $\mathbf{u}_i^t \mathbf{J}_{ii} < 0$ になるような θ が存在するとき，contact-force-open と呼ぶことにする．

以下では，contact-force-close を仮定して話を進めるが，この仮定が妥当になるための前提条件について考察してみよう．一般に， $\mathbf{J}_{ii} = \mathbf{z}_i \times \mathbf{p}_i$ で与えられる[17]から， \mathbf{J}_{ii} は \mathbf{z}_i と \mathbf{p}_i に垂直なベクトルであることが分かる．極限的な状態として接触点での摩擦がない場合， $\mathbf{u}_i = \mathbf{n}_i$ となり接触が維持されている限り， $\mathbf{u}_i^t \mathbf{J}_{ii} \geq 0$ は保証される．したがって，摩擦が比較的小さい場合には contact-force-close の仮定は十分成り立つ．また，摩擦が大きい場合でも \mathbf{J}_{ii} と \mathbf{n}_i のなす角が十分小さい場合には，この仮定は十分成り立つ．なお，二次元問題の場合には必ず contact-force-close になることを付記しておく．contact-force-close が保証される限り，各接触力空間から構成させる合力空間も閉空間になることが保証される．

3.5 摩擦円錐の多面錐近似

摩擦円錐は非線形拘束になるため，一般に多面錐近似されて，線形拘束に置き換えられる場合が多い[3][9][11][13][16][18]．ここでは，摩擦円錐を L 面錐で近似するものとする．このとき，接触力 \mathbf{f}_{ij} は，式(14)で表現できる．

$$\mathbf{f}_{ij} = \sum_{l=1}^L \lambda_{ij}^l \mathbf{v}_{ij}^l (\lambda_{ij}^l \geq 0) \quad (14)$$

$$= \mathbf{V}_{ij} \boldsymbol{\lambda}_{ij} \quad (15)$$

ただし， $\mathbf{V}_{ij} = [\mathbf{v}_{ij}^1, \dots, \mathbf{v}_{ij}^L] \in R^{3 \times L}$ ， $\boldsymbol{\lambda}_{ij} = [\lambda_{ij}^1, \dots, \lambda_{ij}^L]^t \in R^{L \times 1}$ である．これより，第 i 指に関して，式(16)のようにまとめられる．

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{V}_i \boldsymbol{\lambda}_i \quad (16)$$

ただし $\boldsymbol{\lambda}_i = [\lambda_{i1}^t, \dots, \lambda_{im_i}^t]^t \in R^{L m_i \times 1}$ であり，

$$V_i = \begin{bmatrix} V_{i1} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & V_{im_i} \end{bmatrix} \in R^{3m_i \times Lm_i} \quad (17)$$

である。いま、式(4)(16)から

$$\tau_i = J_i^t V_i \lambda_i \quad (18)$$

を得る。さらにロボットハンドの制御指 n 本に対してまとめると、

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^t V_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & J_n^t V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

となる。ここで、

$$H = \begin{bmatrix} J_1^t V_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & J_n^t V_n \end{bmatrix}$$

とおき、式(19)を $\lambda = [\lambda_1^t \cdots \lambda_n^t]^t \in R^{LM \times 1}$ について解くと

$$\lambda = H^\# \tau + (I_{LM} - H^\# H) x \quad (20)$$

となる。ただし、 $\#$ は擬似逆行列を表し、 $x \in R^{LM \times 1}$ は任意ベクトルである。ここで、 $\lambda \in R^{LM \times 1}$ 、 $\tau = [\tau_1, \dots, \tau_n]^t \in R^{M \times 1}$ なので、 H がフルランクの場合 x は $(L-1)M$ 個の独立なパラメータを持つ。これにより式(20)は次のように表される。

$$\lambda = H^\# \tau + N \Phi \quad (21)$$

ただし、 $\Phi \in R^{(L-1)M \times 1}$ 、 $N \in R^{LM \times (L-1)M}$ は任意ベクトルおよび $HN = \mathbf{0}$ をみたす行列である。

3.6 合力空間と接触力空間の頂点の関係 対象物重心の合力 f_o は、

$$f_o = E V \{ H^\# \tau + N \Phi \} \quad (22)$$

ただし、 $E = [I_3, \dots, I_3] \in R^{3 \times 3M}$ 、

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & V_n \end{bmatrix} \text{である。}$$

ここで、式(22)からも分かるように関節トルク τ を与えたとしても零空間が存在するため、 f_o は一意に決まることなく、空間を形成する。ただし、各接触力は摩擦多面錐内で、かつ対象物を押す方向にしか作用しないという拘束条件のため、 f_o は不静定接触力が存在しない限り、凸多面体となることが知られている[9]。次にこの多面体の性質についてまとめてみよう。この多面体の頂点は、多面体の形や大きさを規定する重要な指標となる。なぜなら、拘束条件が面で与えられる場合、面と多面体の接触は必ず頂点(または頂点を含んだ面や稜線)で起こるからである。

[定理2] $C_i (i = 1, \dots, n)$ を凸多面空間とする。 $C = C_1 + \dots + C_n$

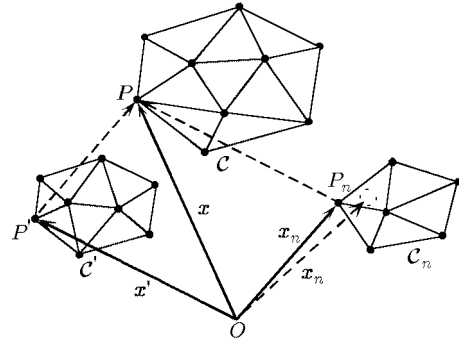


Fig. 5 Relationship among C_n, C' and C

と定義する。ただし、 $C_1 + \dots + C_n \triangleq \{x_1 + \dots + x_n \mid x_i \in C_i (i = 1, \dots, n)\}$ 。このとき、 C の各頂点は常に C_i の頂点の一つに対応するが、 C_i の各頂点は必ずしも C の頂点に対応するとは限らない。

[証明] $C' = C_1 + \dots + C_{n-1}$ を考える。 C' は凸多面空間である[14]。ここで三つのベクトルを $x' \in C'$ 、 $x_n \in C_n$ 、 $x \in C$ とし、 $x = x' + x_n$ とする。 P' 、 P_n 、 P はそれぞれベクトル x' 、 x_n 、 x の先端を表す点であり、 P は C の頂点、 P' は C' の頂点のうち、 $x' + x_n$ によって P を作り出した頂点としよう (Fig. 5 参照)。このとき、Fig. 5 のように、もし P_n が C_n の内部に存在するならば、 P_n が中心となる微小球を C_n の内部に必ず作ることができる。これは、 $x (= x' + x_n)$ が C の頂点になるという仮定に矛盾する。よって、 P_n は、 C_n の境界上に存在しなければならない。次に、 P_n が C_n の二つの境界平面の交線、または境界平面上に存在していると仮定する。 $x = x' + x_n$ であるため、 P は、 C の頂点ではなく、平面や直線上に存在することになり、 P が頂点であるという仮定に再び矛盾する。それゆえ、 P_n は C_n の頂点でなければならない。以上の議論により、前半部が証明されたことになる。一方、 C_n の頂点が、 C の内部の点に対応するような例は容易に示すことができる(後半部の証明略)。□

以上の準備の下に、接触力空間の頂点と合力空間の頂点との関係について、重要な定理を導出しておこう。

[定理3] 指 (m 関節) が対象物と m 個の点で接触しているものとし、各摩擦円錐は凸多面錐で近似されているものとする。一定トルク指令の下で、 f_o が張る凸空間の頂点は、 $f_j (j = 1, \dots, m)$ が摩擦円錐の稜線ベクトルに張り付いている場合に対応する。[証明] 定理1から、接触力 $f_j (j = 1, \dots, m)$ は、凸多面錐と交差する二つの平行平面からなる凸多面体内に存在する。 C_j を j 番目の凸多面空間とする。すべての C_j の頂点は、contact-force-close の下では稜線ベクトル上にしか存在しないので、定理2より、 f_o の凸多面体の頂点は、Fig. 6 のように常に稜線ベクトルの一つに張り付いている接触力に対応する。□

3.7 合力空間の頂点の表現

定理3から、 $\lambda_{ij}^{k_j} \geq 0 (k = k_j)$ と $\lambda_{ij}^{k_j} = 0 (k \neq k_j)$ の組み合わせをすべて考えることによって、合力空間のすべての頂点は少なくともどこかの組み合わせの中に入れることができる。も

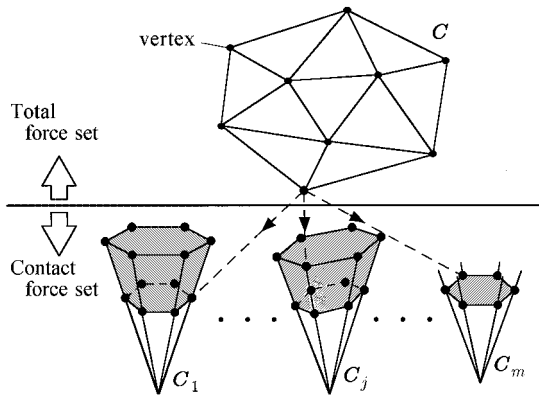


Fig. 6 Corresponding relationship between vertices

もちろん、すべての組み合わせを考えると頂点以外の点も含めることになるが、それらは合力空間の内部に存在することが保証される。したがって、多面錐近似した合力空間のすべての頂点を考えるという意味では十分である。各摩擦多面錐の一つの稜線ベクトルに接触力が張り付いている条件を式で表すと以下のようまとめられる。

$$S\lambda \geq 0 \quad (23)$$

$$S^*\lambda = 0 \quad (24)$$

ただし、

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & S_n \end{bmatrix}, \quad S^* = \begin{bmatrix} S_1^* & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & S_n^* \end{bmatrix}$$

$$S_i = \begin{bmatrix} e_{k1}^t & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_{km_i}^t \end{bmatrix} \in R^{m_i \times Lm_i}$$

$$S_i^* = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Gamma_{m_i} \end{bmatrix} \in R^{(L-1)m_i \times Lm_i}$$

$$\Gamma_j = [e_1, \dots, e_{kj-1}, e_{kj+1}, \dots, e_L]^t \in R^{(L-1) \times L}$$

$$e_{kj} = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^t \in R^{L \times 1}$$

1, \dots, k_j-1, \quad k_j, \quad k_j+1, \dots, L

式(23)は、対象物を押しつける接触力を維持するための条件であり、式(24)は、各接触力が稜線ベクトルに張り付いていることを示す式である。\$S_i\$ は、接触力を配置する稜線ベクトルを指定する選択行列で、\$S_i^*\$ は接触力を配置しない稜線ベクトルを指定する選択行列である。ここで、式(21)と式(24)において \$S^* \in R^{(L-1)M \times LM}\$, \$N \in R^{LM \times (L-1)M}\$ が、フルランクであるから、\$S^*N\$ は正則である。これより、

$$\Phi = -D^{-1}S^*H^\# \tau \quad (25)$$

のように導出される。ただし、\$D=S^*N\$ である。この \$\Phi\$ を

使って式(21)と式(23)より

$$S(I - ND^{-1}S^*)H^\# \tau \geq 0 \quad (26)$$

を得る。式(25)を式(22)へ代入すると、\$S\$ によって接触力が張りつく稜線ベクトルが与えたときの合力空間の頂点は、式(27)のようになる。

$$f_o = EV(I - ND^{-1}S^*)H^\# \tau \quad (27)$$

\$e_{kj}\$ を変化させることで、式(26)と式(27)から \$L^M\$ 個の不等式と等式が得られる。

3.8 摩擦円錐近似と合力空間の内包関係

次に、摩擦円錐を多面錐で近似したときの合力空間の内包関係についてまとめておこう。

[定理 4] 一定トルク下で指(\$m\$ 関節)が対象物と \$m\$ 個の点で接触しているものとする。\$C^{(1)}, C^{(2)}\$ を摩擦多面錐 (\$C^{(1)} \subseteq C^{(2)}\$) とし、一定トルク下で生成される接触力空間を \$\mathcal{F}^{(1)}, \mathcal{F}^{(2)}\$ とする。このとき、合力空間 \$\mathcal{V}^{(i)} = \mathcal{F}_1^{(i)} + \mathcal{F}_2^{(i)} + \dots + \mathcal{F}_m^{(i)}\$ (\$i = 1\$ or \$2\$) は、\$\mathcal{V}^{(1)} \subseteq \mathcal{V}^{(2)}\$ を満たす。ただし、\$\mathcal{F}_1^{(1)} + \dots + \mathcal{F}_m^{(1)} \triangleq \{x_1^{(i)} + \dots + x_m^{(i)} \mid x_j^{(i)} \in \mathcal{F}_j^{(i)} (j = 1, \dots, m)\}\$ とする。

[証明] まず、一定トルク指令の下で、第 \$k\$ リンク (\$k = 1, \dots, m\$) の接触点において \$C^{(1)}\$ を用いて生成される接触力空間 \$\mathcal{F}_k^{(1)}\$ が \$C^{(2)}\$ を用いた接触力空間 \$\mathcal{F}_k^{(2)}\$ に内包される、つまり \$\mathcal{F}_k^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_k^{(2)}\$ を示す。各接触点に対して、先端リンクより根本側に向けて数学的帰納法を用いる。まず、第 \$m\$ リンクについて考える。\$T_m w_m\$ が作る面は摩擦円錐の断面を表すため、\$\mathcal{F}_m^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_m^{(2)}\$ は明らか。次に、\$\mathcal{F}_k^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_k^{(2)}\$ (\$k = i, \dots, m\$) が満足されると仮定する。このとき、第 \$i-1\$ リンクについて考える。式(6)より次式が成立する。

$$f_{i-1} = (J_{i-1}^t)^{\#} \left(\tau_{i-1} - \sum_{k=i}^m J_{j-1k}^t f_k \right) + T_{i-1} w_{i-1} \quad (28)$$

ここで、\$f_k\$ (\$k = i, \dots, m\$) に関して、\$\mathcal{F}_k^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_k^{(2)}\$ が成立する。また、\$T_{i-1} w_{i-1}\$ が作る面は摩擦円錐の断面を表す。式(28)より \$f_{i-1}\$ は、これらの線形和として表されるため、\$\mathcal{F}_{i-1}^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_{i-1}^{(2)}\$ が成立する。以上により、\$\mathcal{F}_k^{(1)} \subseteq \mathcal{F}_k^{(2)}\$ (\$k = 1, \dots, m\$) が示された。\$\mathcal{V}^{(1)}\$ は、\$\mathcal{F}_k^{(1)}\$ (\$k = 1, \dots, m\$) の線形和として、また \$\mathcal{V}^{(2)}\$ は \$\mathcal{F}_k^{(2)}\$ (\$k = 1, \dots, m\$) の線形和として表される。よって、\$\mathcal{V}^{(1)} \subseteq \mathcal{V}^{(2)}\$ が言える。□

定理 4 より、Fig. 7 (b) のように摩擦円錐が内接するような多面錐を考えれば、得られる合力空間は必ず大きめに評価される。例えば、\$C^{(e)}, C^{(a)}\$ を真の摩擦円錐、摩擦多面錐としよう。ただし、\$C^{(e)} \subseteq C^{(a)}\$ とする。このとき、\$\mathcal{V}^{(a)}\$ には実際実現できない力要素も含まれるが、少なくとも実現できる力要素はすべて含まれることになる。ここで、対象物を目標通りに動かすために指定する望みの合力空間を \$\mathcal{V}^{(d)}\$ とし、\$\mathcal{V}^{(e)}\$ を \$\mathcal{V}^{(d)}\$ 内に閉じ込めることを考える。この場合、\$\mathcal{V}^{(a)} \subseteq \mathcal{V}^{(d)}\$ としておけば、\$\mathcal{V}^{(e)} \subseteq \mathcal{V}^{(d)}\$ が必ず保証されることに留意されたい。この

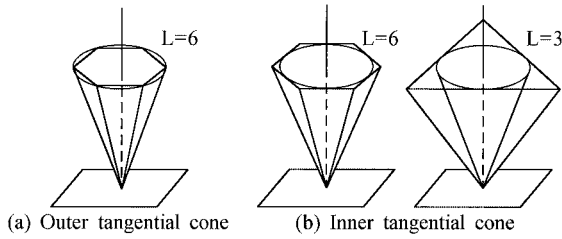


Fig. 7 Several polyhedral convex cones

ことは、逆問題を解いてトルク空間を求める際の十分性を保持する上できわめて重要な性質となる。

3.9 拘束凸多面錐内に合力空間を作るための十分条件

ここでは、与えられた空間内に合力 f_o を発生させるための十分条件について考察する。式 (27) で与えられる f_o は、接触力が摩擦多面錐の稜線ベクトルの一つに貼り付いた状態を想定しているため、定理 4 により合力空間 $\mathcal{V}_o^{(a)}$ の頂点候補となる。ただし、 $\mathcal{V}_o^{(a)}$ は Fig. 7 (b) のように摩擦円錐を内包する摩擦多面錐を使って求まる n 本指分すべてまとめた合力空間とする。次に、 $\mathcal{V}_o^{(a)}$ を閉じ込めたい空間を $\mathcal{V}_o^{(d)}$ とする。ここでは、簡単のため $\mathcal{V}_o^{(d)}$ は凸多面錐で表すものとする。このとき、 $\mathcal{V}_o^{(d)}$ と $\mathcal{V}_o^{(a)}$ との関係は Fig. 8 のように表すことができる。ただし、 c_{ai} は合力空間が入ってほしい空間を指定するための単位ベクトルであり、基本的には対象物が位置制御指に押し付けられ、かつ摩擦に打ち勝って望みの方向に動き出せるように選ぶ。以下、 c_a 一個で拘束する場合から順次、一般的な拘束へと拡張してみよう。いま、対象物の重心は、ハンドの可動範囲内の点 Q_o に存在するものとする。 Π は空間を二分する平面で Q_o を含むものとし、 Π における単位法線ベクトルを c_a とする。例えば、 c_a は、対象物を移動させたい方向と考えることができる。もし、合力空間のすべての頂点に対応する f_o が $c_a^t f_o \geq 0$ を満足するならば、対象物は Q_o から $c_a^t x \geq 0$ を満足する点 x を含む半無限領域に必ず移動することが保証される。この条件は、次の不等式で表すことができる。

$$c_a^t E V (I - N D^{-1} S^*) H^\# \tau \geq 0 \quad (29)$$

すべての稜線方向ベクトルの組み合わせを考えると、式 (26) と式 (29) から $2L^M$ 個の不等式が得られる。不等式 (26) と (29) は、それぞれ次のように表すことができる。

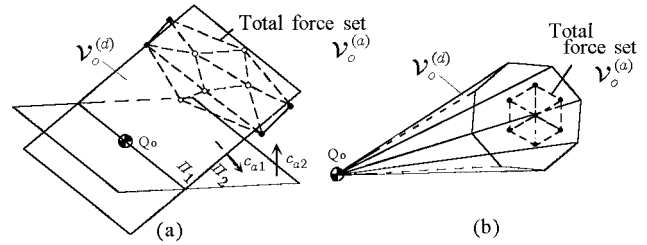
$$Z_1 \tau \geq 0 \quad (30)$$

$$Z_2 \tau \geq 0 \quad (31)$$

ここで $\tau = [\tau_1^t, \dots, \tau_n^t]^t \in R^{M \times 1}$ であり、 $Z_1 \in R^{L^M \times M}$ と $Z_2 \in R^{L^M \times M}$ は、それぞれ $S (I - N D^{-1} S^*) H^\#$ と $c_a^t E V (I - N D^{-1} S^*) H^\#$ からなる係数行列である。式 (30)、(31)、およびトルク制限から c_a によって示された半無限領域に対象物を移動させるためのトルク空間 \mathcal{T}_a を得ることができる。

$$\mathcal{T}_a = \{\tau | Z \tau \geq 0 \cap \tau^{\min} \leq \tau \leq \tau^{\max}\} \quad (32)$$

ただし、 $Z = [Z_1^t, Z_2^t]^t \in R^{2L^M \times M}$ 。式 (32) を満足するト

Fig. 8 Relationship between $\mathcal{V}_o^{(a)}$ and $\mathcal{V}_o^{(d)}$

ルク空間の中からトルク指令値を選ぶと、対象物は Q_o から $c_a^t x \geq 0$ を満足する半無限領域に移動することは保証されるものの、それ以上の拘束は何も課されないため、対象物の動きには多くの自由度が残されたままとなる。次に、二つの平面 Π_1 、 Π_2 を Fig. 8 (a) のように c_{a1} 、 c_{a2} によって定義する。このとき、それぞれの平面に対して定義されるトルク空間を \mathcal{T}_{a1} 、 \mathcal{T}_{a2} とし、 $\mathcal{T}_c = \mathcal{T}_{a1} \cap \mathcal{T}_{a2}$ を満足するようにトルク指令値を選ぶと、合力空間を、Fig. 8 (a) の破線のように二つの平面に挟まれた領域に作ることができる。一般に、Fig. 8 (b) のように p 個の平面 Π_1, \dots, Π_p を選択すると、対象物を頂点 Q_o から凸多面錐の内部に移動させるようなトルク指令値空間を得ることができる。凸多面錐の内部の点 x は、式 (33) で表現できる。

$$\mathcal{D} = \{x | c_{ai}^t x \geq 0 \quad i = 1, \dots, p\} \quad (33)$$

ここで、 c_{ai} は、それぞれの表面で定義される内向きの単位法線ベクトルを示している。それぞれの c_{ai} に対し、 \mathcal{T}_{ai} ($i = 1, \dots, p$) を割り当てると、式 (34) がトルク指令値 \mathcal{T}_c を決める上で条件式となる。

$$\mathcal{T}_c = \mathcal{T}_{a1} \cap \dots \cap \mathcal{T}_{ap} \quad (34)$$

[定理 5] \mathcal{D} で表される凸多面錐内に実際の合力空間を作るトルク指令値が存在するための十分条件は、近似摩擦多面錐が摩擦円錐を内包し、かつ

$$\mathcal{T}_c \neq \phi \quad (35)$$

となることである。

[証明] 摩擦多面錐を Fig. 7 (b) のように大きめにとっておけば定理 4 より、合力空間は必ず大きくなることが保証されている。大きめに作り出した合力空間を \mathcal{D} で表される凸多面錐内に押し込んでおけば、実際の合力空間もまた \mathcal{D} で表される凸多面錐内に必ず押し込むことができる。また、 $\mathcal{T}_c \neq \phi$ であれば、 \mathcal{D} で表される凸多面錐内に合力空間を生成するトルク指令値は必ず存在することは明らか。□

ここで $Z \tau \geq 0$ は、 $2L^M$ 個の連立不等式となり、多面錐の面数 L を大きくするとたちどころに計算量が爆発的に増大してしまう。ただし、摩擦円錐を内包してさえいれば、 L はどんなに小さくしても十分性が保持されるわけであるから、錐を作るための必要最小の 3 面錐 ($L = 3$) で十分である。 $L = 3$ に固定し

てしまえば連立不等式の数は $2(3)^M$ となり、仮にトルク制御指 2 本、各指二点接触としても、162 となり実用的に十分解ける数となる。式 (34) によって与えられるトルク指令値空間が包み込み把握物体操りの十分性を満たすためには、それによって作り出される合力空間内の任意の合力が包み込み把握物体を位置制御指に押し付け、かつ位置制御指との摩擦拘束に打ち勝って動かすことができれば十分である。この点については 4 章で考察する。

4. 対象物の操り

3 章では限定された凸多面錐内に合力空間を作るための十分条件を導入した。本章では、対象物を位置制御指に沿って動かすための十分条件について考察する。

4.1 操りの十分条件

以下簡単のため 2D 問題に限定する。ここでは操りを次のように定義する。

[定義] 対象物の重心の運動方向ベクトルを b とし、位置制御指の方向ベクトルを t_1 、位置制御指への押し付け方向ベクトルを c_a とするとき、

$$\text{正方向の操り} : b^t t_1 > 0, c_a^t f_o > 0$$

$$\text{負方向の操り} : b^t t_1 < 0, c_a^t f_o > 0$$

このように操りを定義すると、接触点でのころがりやすべりに関係なく、重心の運動方向が位置制御指に対してどちらの方向の成分を有しているかということだけがポイントとなる。例えば円の場合、重心と中心が一致していれば、正方向の操りの指令 b は t_1 の方向と完全に一致する。対象物を静止した状態から操るか、速度が十分遅い場合を考え、対象物に生じる加速度の方向と運動方向は一致するとする。Fig. 9 のような 2D 凸対象物の場合、定義される操りを表現する十分条件として二通りのパターンが考えられる。

- (a) (i) $\mathcal{V}^{(d)}$ 内に合力空間を生成する。
 - (ii) $\text{dir}(M_i) = \text{clockwise}$ for all possible $f_i, (i = 1, 2)$
 ただし M_i はエッジ P_i 回りのモーメントを表し、 $\text{dir}(\cdot)$ はモーメントの方向を表す。この条件が成り立つ場合、対象物はエッジ P_1 を中心に時計方向に回転し、かつ上方向に操られる。
- (b) (i) $\mathcal{V}^{(d)}$ 内に合力空間を生成する。
 - (ii) $\text{dir}(M_1) = \text{counter-clockwise}, \text{dir}(M_2) = \text{clockwise}$ for all possible f_i
 この条件が成り立つ場合、対象物は回転することなく、上方向に操られる。

$\mathcal{V}^{(d)}$ の構成に関しては、Fig. 9 に示すような領域で、 $t_2 = -e_2$ とする。また、円のように位置制御指と一点で接触する場合には (b) を満たすような十分条件は存在しない。操りの十分条件の証明は付録に示す。

4.2 数値例

ここでは、 $\mathcal{V}^{(d)}$ を決めるための c_{ai} の選択方法、およびトルク空間 \mathcal{T}_c の算出方法について数値例を挙げて説明する。

Fig. 10(a) のように、2D 2 本指ハンドを考える。ただし、1 本

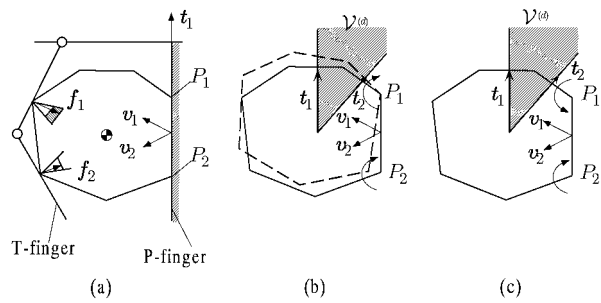


Fig. 9 Manipulation of object along p-finger

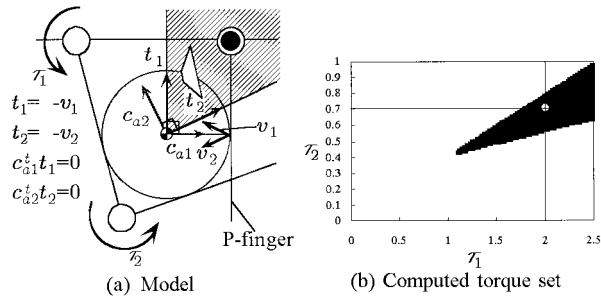


Fig. 10 2D example

はトルク制御指で 1 本は位置制御指である。ここでは、位置制御指を壁とみなし、対象物が位置制御指に沿って初期位置から上方に移動させるような問題を考える。ここで、 $l = 1$ [m], $R = 0.3$ [m], $mg = 1.0$ [N], $\tau_1^{\min} = 0.0$ [Nm], $\tau_1^{\max} = 2.5$ [Nm], $\tau_2^{\min} = 0.0$ [Nm], $\tau_2^{\max} = 1.0$ [Nm], $\alpha = \tan^{-1} \mu = 20$ [deg] とする。ここで、二つの単位ベクトル t_1, t_2 を定義する。 t_1, t_2 は、位置制御指と摩擦境界 v_2 にそれぞれ平行な単位ベクトルである。また、 μ はすべての接触点における摩擦係数とする。このとき対象物を上方向に動かすための十分条件は、ベクトル t_1, t_2 に挟まれた領域 (斜線) 内に合力空間 f'_o (重力を含む) を押し込み、かつ接触点回りのモーメントを $\text{dir}(M) = \text{clockwise}$ にすることである。なぜなら、この条件が成立していれば、絶えず対象物を位置制御指に押しつつ、摩擦拘束に必ず打ち勝って持ち上げることができるからである。したがって、 $c_{ai} (i = 1, 2)$ は、 $c_{ai}^t t_i = 0 (i = 1, 2)$ を満足するように決めればよい。 c_{ai} を決めることは実質的に $\mathcal{V}^{(d)}$ を決めることに対応している。Fig. 10(b) は、上記の十分条件を満たすように数値的に算出されたトルク空間である。このトルク空間は、例えば (τ_1, τ_2) を指定し、4.1(a) の十分条件を満足するかどうかチェックするという操作を $\tau_1^{\min} \leq \tau_1 \leq \tau_1^{\max}, \tau_2^{\min} \leq \tau_2 \leq \tau_2^{\max}$ に対して全探索法で求めたものである。なお、Fig. 10(a) の斜線によって表される領域は $\mathcal{V}^{(d)}$ に対応し、Fig. 10(b) のトルク空間から (τ_1, τ_2) を選べば作り出される合力空間は必ず $\mathcal{V}^{(d)}$ の中に入りかつ $\text{dir}(M) = \text{clockwise}$ を満足する。したがって、この範囲でトルク指令を選べば、対象物は必ず位置制御指に沿って規定された方向に動き始めることが保証される。また実際に $\mathcal{V}^{(d)}$ 内に合力空間が生成されることを確認するため、算出された $(\tau_1, \tau_2) = (2.0, 0.7)$ に対応する合力空間を Fig. 10(a) に示す。

4.3 考察

はじめに仮定 1 を緩和し、根元に横振りの自由度が追加される場合について考察してみよう。この横振り関節にも一定トルク指令が与えられる場合、根元のリンクが対象物と接触する点で発生する接触力空間は、横振りのアクチュエータによる拘束平面が追加され、この平面が平行平面で挟まれた摩擦円錐（定理 1）を切り取った断面が実質的な接触力空間（実際には平面）となる。この接触力平面あるいはそれを大きめに評価した空間の頂点がトルクの関数として定式化できれば、実質的には本論文で提案した手法と同じ議論が展開できる。

一方、本手法ではトルク制御指はすべてのリンクが対象物と接触しているという仮定（仮定 2）を設けているが、もし、対象物に接触していないリンクがあった場合には、そのリンクを駆動する関節を位置制御によってロックしてリンクを縮退させてしまえば、非接触リンクがある場合にも拡張可能であることを付記しておく。

5. 実 験

ここでは、関節トルク制御が可能な Hiroshima-hand を用いて行った実験結果について示す。このハンドの機械構造、センサなどについて文献 [15] に記載されている。Fig. 11 は、右側の 2 本の指（平行に配置されているため写真では分かり難い）と左側の 1 本の指を交互に位置制御指、トルク制御指へと切り替えることで対象物を操っている様子を示したものである。(a) のように床に置かれた対象物を (b)(c) のようにトルク制御指（左側）によって位置制御指（右側）の表面に沿ってパーム近傍まで誘導する。次に右側をトルク制御指とし、(d) のように対象物を挟み込み、左側の指をいったん、(e) のように離してから、(f) のように水平方向へ移動させるための橋を作り、これを位置制御指とする。橋が完成したら (g) のように対象物を右側のトルク制御指により水平方向に移動させる。最後に対象物を床に戻すために、(h) のように左側の位置制御指をトルク制御に切り替えると同時に、右側のトルク制御指を位置制御指にして下り斜面を形成する。この状態でトルク制御指の関節トルク指令値を緩めると、対象物は重力により右側の位置制御指表面に沿って床まで降りてくる (Fig. 11 (i)(j))。

6. 結 言

接触点にわずかなコンプライアンスを仮定した上で、Envelope Family 操りのための十分条件について考慮した。本研究では得られた主な結果は以下の通りである。

- (1) すべての指をトルク制御指と位置制御指に割り振り、トルク制御指で対象物を位置制御指に押し当てながら、移動させる操り方法を提案した。
- (2) 一定トルク指令下で contact-force-close を満足する場合、トルク指令指が対象物に対して生成する合力空間の各頂点に合力ベクトルが存在するとき、接触力は摩擦多面錐のどこかの摩擦稜線ベクトル上に必ず存在することを示した。
- (3) 摩擦円錐を内包するような摩擦多面錐を考えたときに得られる合力空間は元々の摩擦円錐を想定して得られる合力空間を必ず内包することを示した。

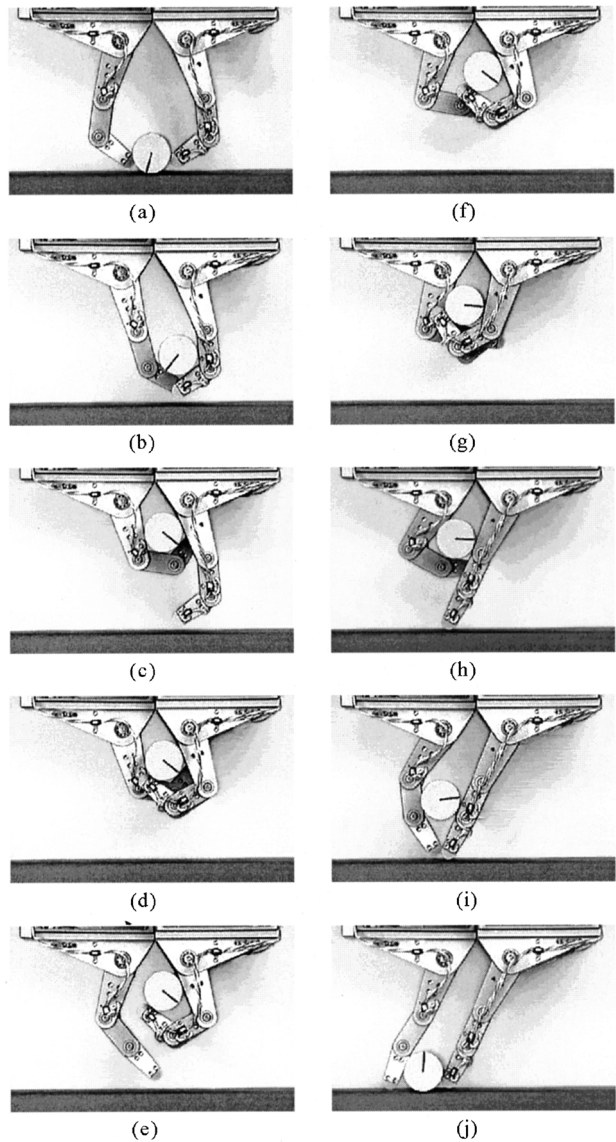


Fig. 11 Experimental results

- (4) (2)(3) の性質を用いて合力空間を凸多面錐内に入れるような関節トルク空間が存在するための十分条件を示した。
- (5) 2D モデルに対して操りを定義し、実現するための十分条件を示した。
- (6) 実験とシミュレーションにより基本的アイデアの検証をした。最後に、シミュレーションと実験において協力していただいた広島大学工学研究科情報工学専攻の白井達也君、澤田光史君、中野慎也君に心から感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- [1] 八島, 山口, 久保: “多指ハンドのリンク内接触による操り (第一報, 力学的特性)”, 日本機械学会論文集 C 編, vol.64, no.622, pp.2067-2073, 1998.
- [2] 八島, 山口, 久保: “多指ハンドのリンク内接触による操り (第二報, インピーダンス制御にもとづく操りの制御)”, 日本機械学会論文集 C 編, vol.64, no.622, pp.2074-2080, 1998.
- [3] 金子, 東森, 辻: “包み込み把握の遷移安定性”, 日本ロボット学会

- 誌, vol.16, no.5, pp.136-144, 1998.
- [4] J.K. Salisbury: "Whole-arm manipulation," Proc. of the 4th Int. Symp. of Robotics Research, Santa Cruz, CA, 1987.
- [5] J.C. Trinkle, J.M. Abel and R.P. Paul: "Enveloping, frictionless planar grasping," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1987.
- [6] K. Mirza and D.E. Orin: "Control of force distribution for power grasp in the DIGITS system," Proc. of the IEEE 29th CDC Conf., pp.1960-1965, 1990.
- [7] A. Bicchi: "Force distribution in multiple whole-limb manipulation," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.196-201, 1993.
- [8] X-Y. Zhang, Y. Nakamura, K. Goda and K. Yoshimoto: "Robustness of power grasp," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2828-2835, 1994.
- [9] 張, 中村, 吉本: "不完全な接触をもつ把握の力学的多面凸解析", 日本ロボット学会誌, vol.14, no.1, pp.105-113, 1996.
- [10] T. Omata and K. Nagata: "Rigid body analysis of the indeterminate grasp force in power grasps," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1787-1794, 1996.
- [11] Y. Yu, K. Takeuchi and T. Yoshikawa: "Optimization of robot hand power grasps," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3341-3347, 1998.
- [12] 小俣, 永田: "多指ハンドにおけるパワーグラスブの力学的解析", 日本ロボット学会誌, vol.13, no.4, pp.525-531, 1995.
- [13] M. Kaneko, M. Higashimori and T. Tsuji: "Transition stability of enveloping grasps," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3040-3046, 1998.
- [14] R.T. Rockafellar: Convex Analysis. p.16, Princeton University Press, 1977.
- [15] N. Imamura, M. Kaneko and T. Tsuji: "Development of three-fingered robot hand with a new design concept," Proc. of the 6th IASTED Int. Conf. on Robotics and Manufacturing, pp.44-49, 1998.
- [16] S. Hirai and H. Asada: "Kinematics and Statics of Manipulation using the Theory of Polyhedral Convex Cones," Int. J. of Robotics Research, vol.12, no.5, pp.434-447, 1993.
- [17] 吉川恒夫: ロボット制御基礎論. p.55, コロナ社, 1988.
- [18] J. Kerr and B. Roth: "Analysis of multifingered hands," Int. J. of Robotics Research, vol.4, no.4, pp.3-17, 1986.
- [19] Y. Zhang, F. Gao and W.A. Gruver: "Determination of Contact forces in grasping," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.1038-1043, 1996.
- [20] 小俣, P. Daengtama: "外力仕様を満たすパワーグラスブの把持力計算法", 第17回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.177-178, 1999.

付録 A. トルク空間の算出

ここでは, 4.2 の 2D 2 本指ハンドの数値例で用いた各係数行列の具体例および十分条件を満足するトルク空間の算出手順を示す.

各関節に $\tau = [2.0, 0.7]^t$ のトルク指令値を与え, 各接触力が稜線ベクトル v_{11}, v_{12} に張り付いている場合を考える. このとき,

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, S^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -0.3987 & 0.6013 \\ -0.2010 & -0.2010 \end{bmatrix}$$

$$H^\sharp = \begin{bmatrix} 0.5892 & -0.7433 \\ 0.5892 & -0.7433 \\ -0.2971 & 2.2841 \\ 0.2971 & 1.5346 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0.6013 & -0.3987 \\ -0.3987 & 0.6013 \\ 0.2010 & 0.2010 \\ -0.2010 & -0.2010 \end{bmatrix}$$

となる. 式 (25) から $\Phi = [5.6497, 2.6509]^t$ が求まり, 式 (26) は,

$$S(I - ND^{-1}S^*)H^\sharp\tau = \begin{bmatrix} 2.9988 \\ 2.6731 \end{bmatrix} \geq 0$$

となり, 対象物を押しつける接触力を維持するための条件を満たしている. また, 式 (27) より, 合力 $f_o = [0.9307, 4.0546]^t$ が求まり, 式 (29) を満足することが確認できる. 同様に, e_{kj} を変化させすべての稜線方向ベクトルの組み合わせを考えると, 合力空間の頂点候補となる 4 個の合力 $f_o = [0.6269, 1.6387]^t$, $[1.5378, 1.0952]^t$, $[0.5655, 1.8368]^t$, $[0.9307, 4.0546]^t$ が求まる. これらの合力はそれぞれ $c_a^t f_o \geq 0$ を満足するため, 対象物が望みの方向に動き出せることが分かる. このように, 各関節にトルク $\tau = [2.0, 0.7]^t$ を与えたとき, 式 (30) と式 (31) の 8 個の不等式が満たされ, 対象物が位置制御指に沿って初期状態から上に移動するための十分条件を満足することが確認できた. この操作を $0.0 \geq \tau_1 \geq 2.5, 0.0 \geq \tau_2 \geq 1.0$ に対して全探索で繰り返し, 十分条件を満足するかどうか確認していくと, Fig. 10 (b) のトルク空間が算出される.

付録 B. 操りの十分条件の証明

Fig. 12 に示すように変数を定義する. つまり, 対象物が P-finger に加える接触力・接触モーメントは接触線分の端点に加わるとし, これを線分の両端で考える. また, 接触点にける速度も同様に考える. 対象物には T-finger からの指力と P-finger からの指力が加わる. これらをすべてあわせた合力 (TP-合力と定義する) は以下のように表される.

$$f_{tp} = f_o - f_{pi} \quad (i = 1, 2) \quad (B.1)$$

また, 対象物重心に生じる加速度の関係式より, TP-合力を記述することもできる.

$$f_{tp} = m(\dot{v}_{pi} - r_{pi} \times \dot{\omega}_{pi} + \omega_{pi}^2 r_{pi}) \quad (i = 1, 2) \quad (B.2)$$

この TP-合力は対象物に加わるすべての接触力を考慮しているため, 対象物に生じる加速度の方向と TP-合力の方向は一致する. この TP-合力の方向が上方向を向くか下方向を向くかを考える. まず, (a) の場合を証明する. このとき, 対象物が P-finger に加えるモーメントはバランスせず, 対象物は接触線分の上端回りに負方向に回転をはじめ. この回転をはじめた瞬間を考えることにする. このとき, 接触状態に応じて, 次の三つの場合が考えられる (1) 接触点において対象物が上方向に滑る (2) 静止摩擦が維持される (3) 下方向に滑る (1) の場合, $\dot{v}_{p1} = e_y k_p, k_p > 0, \dot{\omega}_{p1} < 0, f_{p1} = -v_2 k_2, k_2 > 0$ とおける. これらの関係式を式 (B.1) に代入すると TP-合力は上下両方向に発生可能となるが, 式 (B.2) に代入して y 方向単位ベクトル e_y との内積をとると, 次式が得られる.

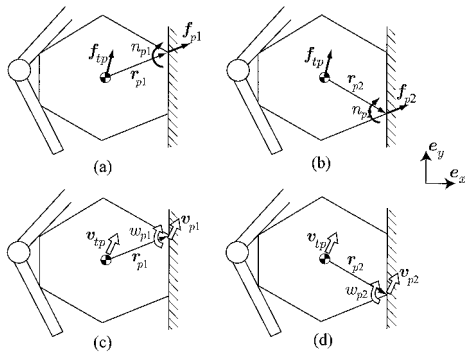


Fig. 12 Definition of variables

$$e_y^t f_{tp} = m k_p - m e_x^t r_1 \dot{\omega}_1 + m e_y^t r_1 \omega_1^2 \quad (\text{B.3})$$

式 (B.3) の右辺は常に正であり, 接触点で上方向の滑りが生じる場合, 上方向の TP-合力しか発生しえないことが分かる (2) の場合は (1) の場合と同様にして, 上方向の TP-合力しか発生しえないことが証明できる (3) の場合, $\dot{v}_{p1} = -e_y k_p, k_p > 0, \dot{\omega}_{p1} < 0, f_{p1} = -v_1 k_1, k_1 > 0$ とおける. これを式 (B.2) に代入すると TP-合力は上下両方向に発生可能となるが, 式 (B.1) に代入し, e_y との内積をとると次式が得られる.

$$e_y^t f_{tp} = e_y^t f_o + e_y^t v_1 k_1 \quad (\text{B.4})$$

$v^{(d)}$ の構成とあわせて, 式 (B.4) の右辺は常に正であり, 上方向の TP-合力しか発生しえない. 以上より, (a) の場合は上方向の TP-合力しか発生しないことが証明された.

次に, (b) の場合について証明する. このとき, 対象物は P-finger と線分接触を維持する. (a) の場合と同様, 三つの場合が考えられる. (1) 接触点において対象物が上方向に滑る. (2) 静止摩擦が維持される (3) 下方向に滑る. まず (2) の場合を考える. この場合, $\dot{v}_{p1} = \dot{v}_{p2} = 0, \omega_{p1} = \omega_{p2} = 0, f_{p1} = f_{p2} = -v_1 k_1 - v_2 k_2, k_1 > 0, k_2 > 0$ とおける. 式 (B.2) にこれらの関係式を代入すると, $f_{tp} = 0$ となる. しかし, 式 (B.1) に代入し, また $v^{(d)}$ の構成を考慮すると, $f_{tp} = 0$ とはなり得ないことが分かる. つまり, 静止摩擦が維持されることはない (3) の場合も (2) の場合と同様な方法で, 下方向に滑ることはないことが証明される. 最後に (1) の場合を考える. この場合 $\dot{v}_{p1} = \dot{v}_{p2} = e_y k_p, k_p > 0, \omega_{p1} = \omega_{p2} = 0, f_{p1} = f_{p2} = -v_2 k_2, k_2 > 0$ とおける. これらの関係式を式 (B.1), 式 (B.2) に代入すると, 接触点において対象物が上方向に滑ることが分かる. また, このとき TP-合力は上方向にしか発生しない. 以上より, (b) の場合も上方向の TP-合力しか発生しないことが証明された.



金子 真 (Makoto Kaneko)

1954 年 1 月 18 日生. 1981 年 3 月東京大学工学系研究科博士課程卒業. 工学博士. 同年 4 月通産省工業技術院機械技術研究所入所. 1990 年 4 月, 九州工業大学情報工学部助教授. 1993 年 10 月広島大学教授, 現在に至る. ロボットハンド, 力覚センサ, 触覚ベースアクティブセンシングなどの研究に興味を持つ. IEEE, 計測自動制御学会, 日本機械学会などの会員.
(日本ロボット学会正会員)



原田研介 (Kensuke Harada)

1968 年 9 月 28 日生. 1997 年 3 月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了. 博士 (工学). 同年 4 月広島大学助手, 現在に至る. ロボットハンド, ロボットマニピュレータの力学と制御に関する研究に興味を持つ. IEEE, 計測自動制御学会, 日本機械学会などの会員.
(日本ロボット学会正会員)



辻 敏夫 (Toshio Tsuji)

1959 年 12 月 25 日生. 1985 年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了. 同年同大学工学部助手, 1994 年同助教授, 現在に至る. 工学博士. 人間とロボットの運動制御, ニューラルネット, マン・マシンシステムなどの研究に従事. 計測自動制御学会, 日本機械学会, 電気学会, 電子情報通信学会などの会員.
(日本ロボット学会正会員)