学術・技術論文

多角錐物体の平衡把握アルゴリズム

金子 真*　沖本 越*　原田研介*　辻 敏夫*

An Algorithm for Achieving Equilibrium Grasp for Pyramidal-like Objects

Makoto Kaneko*, Koyuru Okimoto*, Kensuke Harada* *and* Toshio Tsuji*

This paper discusses an algorithm for achieving an equilibrium grasp for a pyramidal-like object placed on a horizontal table under the gravitational field. Assuming that the contact friction is small enough to ensure that any direct grasp surely fails in achieving an equilibrium one, we first show that there exists an algorithm for achieving an equilibrium grasp by using two fingers. After showing the two-fingers-algorithm easily fails in keeping an equilibrium grasp for a horizontal disturbance, we propose the three-fingers-algorithm. We define the concept of gravitationally stable equilibrium, where a gravitational force always pulls the object back to an equilibrium state. We also discuss the finger placement enabling the grasp to keep the stability. Finally, we validate the idea experimentally by using a slightly modified version of the three-fingers-algorithm.

Key Words: Multi-fingered Robot Hand, Equilibrium Grasp, Pyramidal-like Object, Grasp Algorithm

1. はじめに

多指ロボットハンド（以下単にハンドと略記）の研究は把握相に着目した研究 [1]～[9] と，無拘束状態から把握相に至るまでの把握過程について論じた研究 [10]～[15] に大別することができる．本研究は後者に対応し，テーブル上に置かれた多角錐対象物に対して平衡把握を実現する問題を取り扱う．例えば，重力場において **Fig. 1** (a) のように $\mathrm{sgn}(\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2) \geq 0$ の条件が満たされている場合，指先と対象物表面の接触点での摩擦が零でない限り，平衡把握を実現する指先力が必ず存在する [10] [17]．ただし $\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$，α は各接触点の対象物の内向き法線ベクトル，および摩擦角であり，$\mathrm{sgn}(\cdot)$ は符号を表す．ここで Fig. 1 (b) のような三角形対象物を考えてみよう．この場合 $\mathrm{sgn}(\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2) < 0$ かつ $2\alpha < \psi$ の条件が成立すると，平衡把握を実現する指先力が摩擦円錐内に存在し得なくなる．したがって対象物を持ち上げようとすると，指先で滑りが発生し，ハンドは対象物を落としてしまう [10]．この二つの例からも分かるように，直接把握によって平衡把握が実現できるかどうかは，対象物の形状，接触点での摩擦係数に強く依存する．本研究では，Fig. 1 (b) のように直接把握できない多角錐対象物に対して，最終的に平衡把握を実現するアルゴリズムについて考察する．筆者らはすでに三角柱や四角柱に対して，回転動作によって作り出される対象物とテーブル間の隙間に指先を入れて

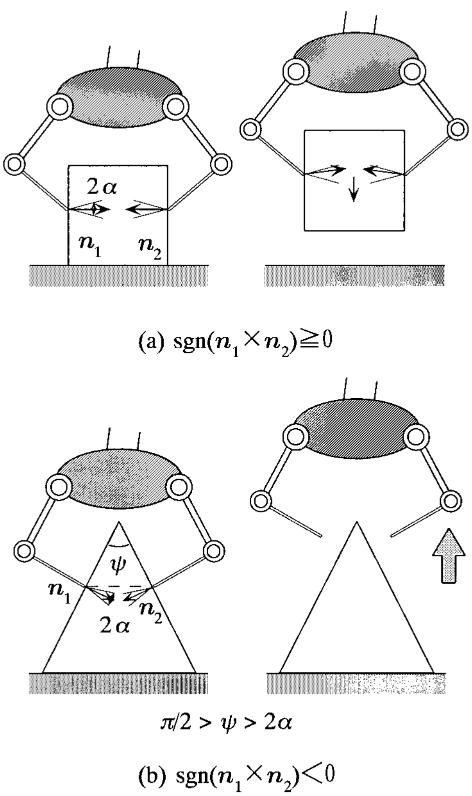

Fig. 1　Two examples of direct grasp

原稿受付　1999 年 2 月 26 日
*広島大学工学部
*Hiroshima University

から，包み込み把握を実現する方法を報告している [11]〜[14]. 直接把握できない多角錐対象物の場合も，三角柱や四角柱と同様な回転動作から始めることが前提となるが，多角錐物体の場合，重力に対して平衡する指先位置が極力限定されるため，柱状物体の場合よりもはるかに繊細な指先計画が要求される．

本論文では，はじめに必要最小限の 2 本指で一般的な多角錐物体が把握できることを示す．次に，水平方向の外乱に対する把握のロバスト性を確保する上で 3 本以上の指が必要であることを示すとともに，3 本指で多角錐対象物を把握するアルゴリズムについても言及する．

2. 主 な 仮 定

仮定 1: 対象物とハンドの接触点での摩擦係数 μ は直接把握できない程度の大きさとする．ただし $\mu \neq 0$.

仮定 2: 対象物の質量は考慮するが，ハンドの質量は無視するものとする．

仮定 3: 対象物は水平面に設置された十分広いテーブル上に置かれているものとする．

仮定 4: 対象物と指との接触は摩擦を考慮した点接触，あるいは線接触とする．

仮定 5: ハンドのリンク同士の干渉は考えないものとする．またハンドの可動範囲は十分広く，ハンド指先位置が制限を受けることはないものとする．

仮定 6: 対象物の形状，重心位置は既知とし，その位置，姿勢は逐一センシングできるものとする．

仮定 7: 対象物の運動は準静的動作（静的つりあい状態の連続動作）によって表現されるものとし，系のダイナミクスは考えない．

仮定 8: テーブルと接触しているそれぞれの辺は，テーブルに垂直な軸まわりのモーメントを十分支えることができるものとする．

仮定 9: 対象物は n 角錐とし，底面がテーブル面と接しているものとする．

仮定 1 は本研究の大前提を示したものである．ただし，仮定 1 は必ずしも微小摩擦を仮定しているわけではなく，例えば高さの低い角錐であれば，摩擦が比較的大きくても直接把握できない場合があることに留意されたい．仮定 3 は重力方向に対する直交基準面を与え，かつテーブルの端面が利用できないことを想定した仮定である．仮定 4，5，6，7，8，9 は本質を見失わない程度に問題を簡単にするために設けたものである．なお，ここでは重心位置を既知としているが，重心位置が未知であっても余らの方法 [16] を用いれば推定できることを付記しておく．

3. 2 本指把握アルゴリズム

3.1 把握アルゴリズム

Fig. 2 は多角錐物体を指 F_1，F_2 で把握する際のアルゴリズムの概要を示したものである．ただし a'，b'，c'，d' は操作平面 Π_1（後述）上にあるものとする．まず指 F_2 を b' に置き，指 F_1 を頂点 a に置く．この状態で指 F_1 で対象物を辺 b_1b_2 まわりに回転させる（Fig. 2 (b)）．指 F_2 をテーブルから離し

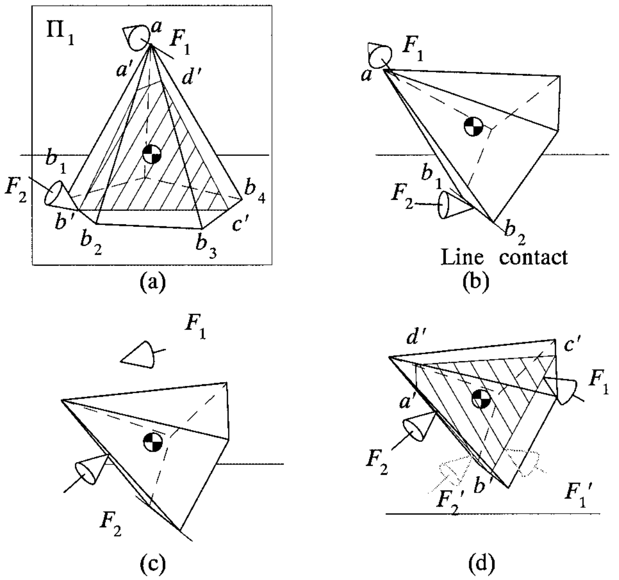

Fig. 2 An equilibrium grasp by two fingers

ても対象物がテーブル上を滑らない角度まで到達したところで，指 F_2 を離して $a'b'$ 上に位置決めする．さらに F_1 により対象物を回転させ続けると，やがて重心が b' の垂線上を右から左に移動する．このとき，対象物は F_2 とテーブルで支持される（Fig. 2 (c)）．次に F_1 を $b'c'$ 上に配置し，F_1，F_2 同時に上方に移動させることにより，Fig. 2 (d) のような平衡把握を完成させることができる．ここで，本アルゴリズムを考える上で重要な役割を演じる操作平面 Π_1 を次のように定義しておく．

【定義 1】: 操作平面 Π_1

以下の三つの条件を満足する平面を操作平面 Π_1 と定義する．

(1) $\Pi_1 \perp \mathcal{T}$（$\mathcal{T}$：テーブル面）

(2) $\Pi_1 \perp b_jb_{j+1}$（b_jb_{j+1}：回転軸になる底面の一辺に対応，ただし，$b_{n+1} = b_1$）

(3) $\Pi_1 \supset \boldsymbol{p}_g$（$\boldsymbol{p}_g$：重心の位置ベクトル）

このように Π_1 を定義すると，重心は必ず Π_1 内に存在するため，3D の把握問題は実質的に 2D の把握問題に帰着する．ここで，**Fig. 3** (a) のような多角錐物体において，重心が Fig. 3 (b) の位置に存在したとしよう．このとき，辺 b_3b_4 に垂直でかつ重心を含むような面を b_3b_4 間で設定することはできないが，仮定 8 より辺 b_3b_4 まわりに対象物を回転させることができる．しかし，最終的な把握状態は Fig. 3 (c) のようになり，重心位置のずれのために接触点を結んだ軸まわりのモーメントが発生する．これでは確実に平衡把握状態に持ち込めることが保証できない．したがって，辺 b_3b_4 は回転軸としては適当ではない．一方，辺 b_1b_2 を回転軸として選んだ場合，辺 b_1b_2 に垂直でかつ重心を含むような面を b_1b_2 間で見つけることができる．Fig. 3 (d) は，このときの Π_1 における断面図である．操作平面 Π_1 に対して一般に次の定理が成り立つ．

《定理》 n 角錐対象物の底面がテーブル面に接して置かれて

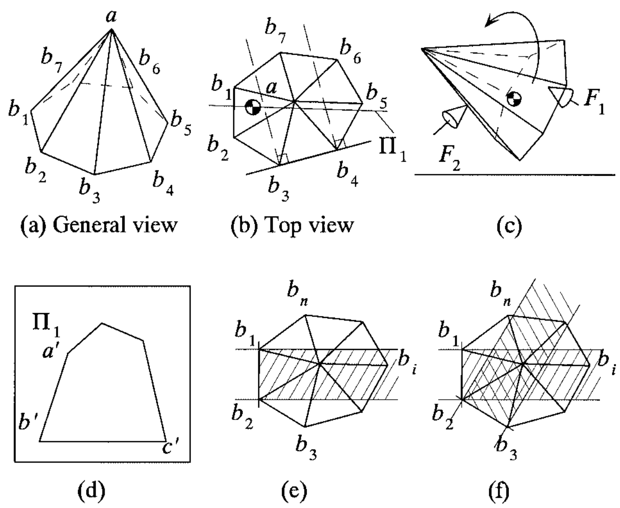

Fig. 3 A general polyhedral cone object with n triangles

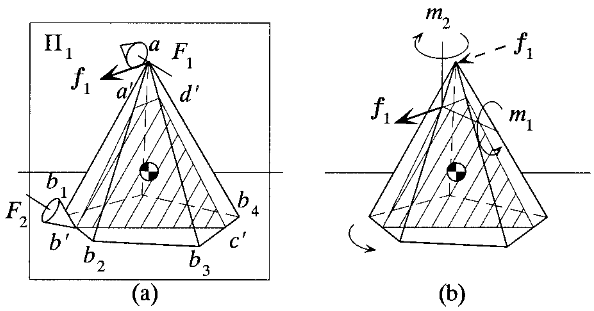

Fig. 4 f_1 at a produces f_1 and two moment components at a'

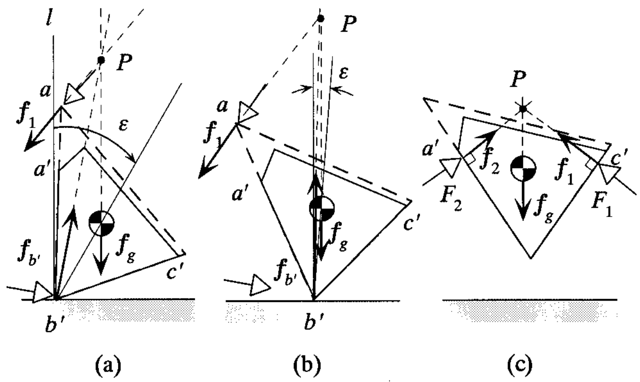

Fig. 5 A procedure for an equilibrium grasp

いるものとし，底面の各辺を $b_ib_{i+1}(i=1,\cdots,n,\ b_{n+1}=b_1)$ とする．このとき平面 Π_1 が定義できる辺 b_jb_{j+1} が必ず存在する．

〈証明〉 Fig. 3 (b) のように対象物を真上から見たとき，重心が底面より外側に存在するような対象物であれば，対象物は倒れてしまう．したがって重心は対象物を真上から見たとき，底面内に存在しなくてならない．ここで n 角錐対象物において，平面 Π_1 が定義できる辺 b_jb_{j+1} が存在しないとする．一般的な n 角錐を真上から見た Fig. 3 (e) において b_1b_2 で Π_1 が定義できないとすると，斜線部分には重心が存在しないことになる．同様な操作を b_2b_3（Fig. 3 (f)），$b_ib_{i+1},\cdots,b_nb_1$ について行っていくと，斜線部分が底面を覆い，重心が底面内に存在し得なくなってしまう．これでは重心が底面内に存在するという条件に矛盾が生ずる．したがって，n 角錐対象物に対して平面 Π_1 が定義できる辺 b_jb_{j+1} は必ず存在する． □

操作平面 Π_1 の存在が明らかになったところで，個々の動作の成立条件について吟味してみよう．Π_1 に平行で頂点 a を通る面を仮に Π_1' とし，Π_1' によって多角錐を切断したときに形成される三角形を $\triangle ab''c''$ とするとき，$\angle b''ac'' \leq \pi/2$ であれば，接触点の摩擦に関係なく b_1b_2 軸まわりに必ず回転モーメントを生成することができる．次に **Fig. 4** (a) のように点 a に加える力 $\boldsymbol{f}_1$ が Π_1 平面にどのような力，モーメントを発生するかを考えてみよう．力 $\boldsymbol{f}_1$ は点 a' において Fig. 4 (b) のように $\boldsymbol{f}_1$ だけでなくモーメント m_1 と m_2 を発生させる．m_1 は辺 b_1b_2 まわりに対象物を回転させようとするため，$\boldsymbol{f}_1$ を加えるのと同じ効果が期待できるが，m_2 は対象物をテーブルに垂直な軸まわりに回転させようとする．仮定 8 はこの回転滑りを防ぐものである．したがって，仮定 8 が許容される範囲内において，以後の指先配置問題は，Π_1 が多角錐を切断したときに形成される 2D 図形に対する指先配置問題に帰着する（**Fig. 5**）．指 F_1 で対象物を回転させていくとき，摩擦が零でない限り重心が垂直線 l を横切る前に，指 F_2 がなくても，$\boldsymbol{f}_1$，重力 $\boldsymbol{f}_g$，テーブルからの反力 $\boldsymbol{f}_{b'}$ で平衡状態が実現できるような $\varepsilon>0$ が必ず存在する [10] [17]．ただし ε は b' と重心を結んだ線と l とのなす角で，l から時計まわりを正としている．なお，実際に指 F_2 がテーブルから離せるかどうかは，F_2 を微小量テーブルから離したとき指先からの接触力がゼロになることで確認することができる．指 F_2 がテーブルから離せることが確認された後，指 F_2 を $a'b'$ 上に配置する．次に，$\varepsilon<0$ になるまで対象物を回転させてから対象物を F_2 で支えておいて F_1 を位置決めし直す．なお，位置決め戦略としては最終的に Fig. 5 (c) のように $\varepsilon=0$ としたときに各接触点の垂線が重力の延長線上で交点を持つようにする．このように配置しておけば，$\varepsilon=0$ で対象物を持ち上げた際，滑りなしで平衡把握を実現することができる．以上が 2 本指把握アルゴリズムの基本バージョンである．なお実際には，後述する重力安定平衡が確保されていれば重力の延長線上で各接触点からたてた垂線が交点を持つようにしなくても，対象物は重力が生成する回転モーメントにより自動的に回転し，安定な平衡位置で停止する．このように滑りを積極的に利用したアルゴリズムをここでは簡易バージョンと呼ぶことにする．また Fig. 5 (c) からも分かるように，どのような多角錐であっても平衡把握を実現する指先配置は必ず存在することが言える．

3.2 把握の安定性

Fig. 2 (d) の F_1'，F_2' のように対象物の下部を支持した場合，平衡把握は実現できるものの，回転に対して容易に不安定になってしまうことが予想される．本節では把握の安定性について考察する．はじめに，次式で与えられる系の剛性行列 $\boldsymbol{K}$

を考える．

$$\boldsymbol{K} = \frac{\partial^2 U}{\partial \boldsymbol{\lambda}^2} \in \mathcal{R}^{(6-n)\times(6-n)} \qquad (1)$$

ただし U は重力によるポテンシャルエネルギー，$\boldsymbol{\lambda} \in \mathcal{R}^{6-n}$ は対象物の並進変位，および回転変位を表すベクトル，n は対象物の拘束度を表す．

【定義 2】：重力安定平衡

$\boldsymbol{K}$ の固有値を k_i（$i = 1, \ldots, 6-n$）とすると，次式が満足されているとき把握系は重力安定平衡であると定義する．

$$k_{\min} = \min\{k_i | i = 1, \ldots, 6-n\} \geq 0 \qquad (2)$$

これは平衡状態において対象物に微小な変位を与えたとき，もとの平衡状態に戻ろうとする復元力，復元モーメントが発生するか，または平衡状態が保たれることを意味している．三次元問題の場合，もし対象物に何の拘束もなければ，対象物は 3 方向の並進と回転の自由度，合計 6 自由度を有する．ところが，対象物に拘束が加わると拘束度 n の数だけ自由度は失われる．式（2）は，自由度数分の次元を持った剛性行列 $\boldsymbol{K}$ の固有値の最小値で系の安定性を評価するものである．$k_i \geq 0$ であれば対応する方向，軸まわりに重力安定平衡が保証される．この重力安定平衡は，ばね系においてつりあいの状態から強制的に変位を与えたときに，ばね定数が正ならば復元力が働く概念に対応している．なお，ポテンシャルエネルギーを用いた把握の安定性は Hanafusa and Asada [18]，Nguyen [19]，金子ほか [20]，Funahashi ほか [21]，Svinin ほか [22] によっても取り扱われている．

ここで式（2）で表される重力安定平衡について考察してみよう．はじめに摩擦がない場合を想定する．この場合，Π_1 の重力方向と 2 本の指を結んだ方向が実質的に拘束される．したがって $n = 2$ となり，$\boldsymbol{K}$ には四つの固有値が存在する．ここで摩擦がない場合，必ず不安定になることを定性的に説明してみよう．**Fig. 6** のように指先を結んだ軸まわりに対象物を反時計まわりに少し回転させた状態を考えてみよう．摩擦がない場合，指は接触面に垂直な方向にしか力を発生させることができないため，指先力は Π_1 面内に存在することができなくなる．したがって，対象物を Π_1 に垂直な方向に押し出してしまうような合力が必ず発生する．つまり回転と並進が干渉した形での不安定性が必ず現れる．

次に，摩擦がある場合について考えてみよう．問題を簡単にするために，指先で滑りが発生しない範囲内に限定する．この場合，指先接触点を結んだ軸まわりの自由度以外は拘束されてしまう．つまり，$n = 5$ となる．**Fig. 7** にシミュレーション結果（計算方法は付録参照）を示す．なお，Fig. 7 は Π_1 面での指先位置と $k_{\min}$ との関係を表しており，図中の $k_{\min}$ は対象物を辺の長さが 0.2 [m] の正三角錐，対象物に働く重力の大きさを 10 [N] として計算したものである．また r は F_1，F_2 の位置を対象物の高さの比率で表したものである．Fig. 7 から明らかなように，指先位置が重心より下に来ると，$k_{\min} < 0$ となり不安定になることが分かる．$r < 0.5$ に対して，把握系の振舞いは実質的に倒立振子と同じになる．したがって，2 本指アルゴリズムでは指先を重心より高く位置決めする必要がある．

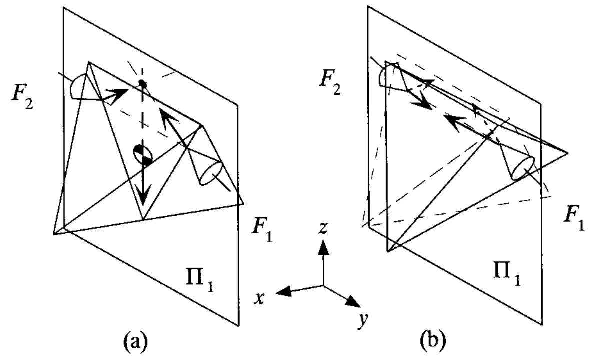

Fig. 6　Contact force behavior under rotational disturbance

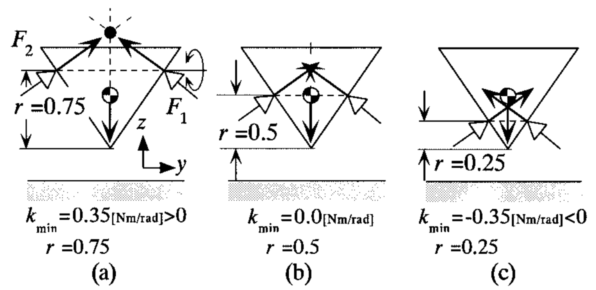

Fig. 7　Explanation of gravitationally stable equilibrium

4.　3 本指把握アルゴリズム

4.1　把握アルゴリズム

前章で述べた 2 本指による把握では，接触点での摩擦が小さいと面 Π_1 に垂直な方向に対しての拘束が弱くなり，この方向の外乱に対して容易に把握系がこわれてしまう．そこで，3 本指を用いて水平方向のあらゆる外乱に対しロバストな平衡状態を実現させるアルゴリズムについて考える．ここでは，簡単のため対象物の重心は図心と一致しているものと仮定して，まず正三角錐物体に対するアルゴリズムを示し，そのアルゴリズムを一般的な正多角錐物体まで拡張することを考える．ただし，重心と図心が一致しているという仮定は必要条件ではないが，本質を見失わない程度にアルゴリズムを簡略化するためのものである．

3 本指アルゴリズムにおいても，2 本指アルゴリズムと同様に操作平面 Π_1 を定義し，この平面内での回転動作からはじめる．対象物は正三角錐であるから，**Fig. 8** (a) において Π_1 は頂点 a，c を含み，e は辺 bd の中点となる．まず Fig. 8 (a) のように，対象物重心が e でのテーブルに対する垂線上に位置するまで回転させる．次に，対象物を点 d まわりに紙面手前側に回転させることができる位置に F_1，F_2 を配置する．3 本指アルゴリズムでは，Fig. 8 (h) のような平衡状態に持ちこむために，Fig. 8 (a) のように一度対象物を辺 bd まわりに回転させてから Fig. 8 (f) のように頂点（v_{rotate} とする）まわりに回転させる．頂点まわりに対象物を回転させる上で，新たに操作平面 Π_2 を以下のように定義する．

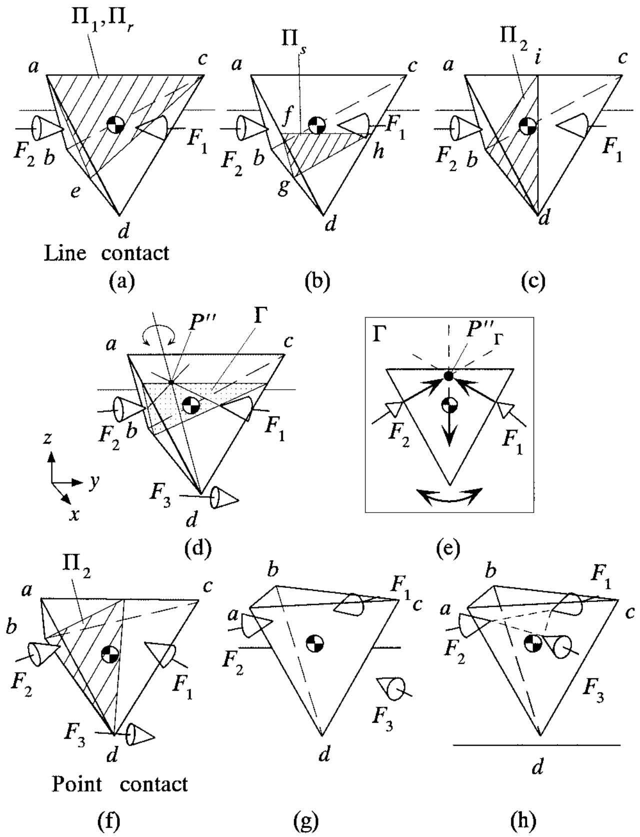

Fig. 8 An equilibrium grasp by three fingers

【定義 3】: 操作平面 Π_2

以下の条件を満足する平面を操作平面 Π_2 と定義する.

(1) $\Pi_2 \perp \mathcal{T}$

(2) $\Pi_2 \supset \boldsymbol{p}_g$

(3) $\Pi_2 \supset v_{rotate}$ (v_{rotate} : F_1, F_2 を用いて対象物を回転させるときの基準点)

また, 重力安定平衡に対して十分性を確保するための境界平面 Π_s, および Fig. 8 (f) の回転動作を保証するための境界平面 Π_r を以下のように定義する.

【定義 4】: 境界平面 Π_s, Π_r

以下の条件を満足する平面を境界平面 Π_s, Π_r と定義する.

(1) $\Pi_s \parallel \mathcal{B}$ ($\mathcal{B}$: 最終的に上向きとなる面)

(2) Π_s は最終平衡状態において $k_{\min} = 0$ となる指位置を含む

(3) $\Pi_r \perp \mathcal{T}$

(4) $\Pi_r \supset \boldsymbol{p}_g$

(5) $\Pi_r \perp \Pi_2$

Fig. 8 (a)〜(c) に Π_2, Π_s, Π_r を示す. 3 本指アルゴリズムにおける各平面の役割について述べる. Π_1 は 2 本指アルゴリズムと同様, 対象物をテーブル上に置かれた状態から, ある辺まわりに回転させるためのものである. Π_2 は, Π_1 内での回転動作を行った後で頂点 v_{rotate} まわりに対象物を回転させるときの操作平面である. Π_s は, 最終的に重力安定平衡を実現できる指位置の境界を表す. Fig. 8 (f) のように F_1, F_2 で対象物を点 d まわりに回転させる場合, F_1, F_2 の配置によっては重心が作り出すモーメントは点 d を浮き上がらせる方向に作用してしまう. Π_r は, この境界を与える平面である. 正三角錐の場合, Fig. 8 (a) のように Π_1 と Π_r は一致する. 次に, 頂点 d まわりの回転動作の際の F_1, F_2 の配置について考えよう. Π_2 内での頂点 d まわりの回転動作を実現するためには, Fig. 8 (a) のように F_1, F_2 をそれぞれ $\triangle cbe$, $\triangle abe$ 内に配置する必要がある. また, 最終的な平衡状態において重力安定平衡を実現するためには, Fig. 8 (h) において Π_s よりも面 abc 側に指を配置する必要があるため, Fig. 8 (b) のように F_1, F_2 をそれぞれ四角形 $cbgh$, $abgf$ 内に配置する必要がある. ここでは, F_1 は d から辺 bc におろした垂直二等分線上に位置決めし, F_2 は, Fig. 8 (c) のように F_1 とは Π_2 に対して対称になるように位置決めする. 次に Fig. 8 (f) のように F_3 を $\triangle acd$ 上の点 d に位置決めし, 対象物を点 d まわりに回転させる. Fig. 8 (f) の回転動作は, F_1 と F_2 の間の距離は一定に保ったまま, $\triangle abc$ が点 d まわりに回転し, かつ重心が Π_2 内を移動するように行う. この回転動作中においても重力安定平衡が確保されていなければならない. Fig. 8 (d), (f) の回転動作中の頂点 d において, x 方向の滑りは F_3 によって防ぐことができる. 一方, y 方向には拘束がないため自由度を持つが, F_1 と F_2 の距離を保ったまま, 重心が Π_2 内を移動するように回転動作を行えば, y 方向の接触力は打ち消し合うため, 基本的に y 方向の滑りは防ぐことができる. d で滑りが起こらないとすると, 系は F_1 と F_2 の接触点における法線の交点 P'' と頂点 d を結んだ軸 dP'' まわりの回転の自由度を有することになる. 軸 dP'' まわりの安定性を, dP'' に垂直で F_1 と F_2 の接触点を含む平面 Γ 上で近似的に考える. Fig. 8 (e) は頂点 d から Γ を見たもので, 重心および重力, F_1 と F_2 による接触力を Γ 上に射影したものである. このとき F_1, F_2 で滑りが発生し対象物が多少矢印で示されているように回転したとしても, 平面 Γ 内で回転中心が重心より上方に存在している場合には重力安定平衡が保証される ($\boldsymbol{K}$ の固有値により容易に調べることができる). したがって, Fig. 8 (e) において P'' の平面 Γ への写像である P''_Γ が, 平面 Γ 内で重心より上方に存在するように F_1 と F_2 を配置すれば, 頂点 d まわりの回転動作中の重力安定平衡は保証される. 対象物を d まわりに回転させても Γ 上ではそれぞれの力の大きさが変化するだけで, 安定性には影響しない. 次に頂点 d での支持指である F_3 が取り除ける条件について考えよう. Fig. 8 (d) の回転動作中において, F_1 と F_2 が作用する接触力の互いに向き合う成分は打ち消し合うので, Π_2 を Fig. 2 の Π_1 に置き換えて考えれば, F_3 を離しても対象物が滑らず平衡する状態が必ず実現できることが分かる. F_3 を離し, $\triangle acd$ と Π_2 の交線上でかつ指先で形成される支持三角形が正三角になるように F_3 を配置してから, 重力ベクトルが d を通るように姿勢を微調整する. 最後に各指の相対位置を保ちながら持ち上げれば, Fig. 8 (f) のような平衡把握を実現することができる.

以上が 3 本指把握アルゴリズムの基本バージョンである. 実

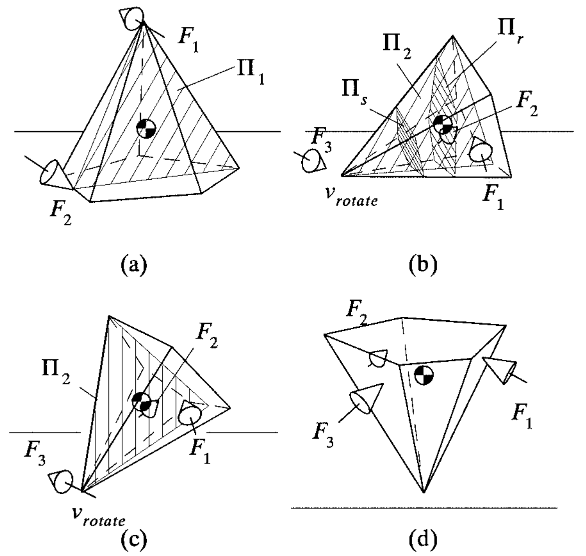

Fig. 9　A procedure for a general polyhedral cone object

際には，このような複雑な動作計画を行わなくても Fig. 8 (c) または Fig. 8 (g) の状態から F_3 を adc 面内で最終的に重力安定平衡が実現できる点に位置決めし，指先で形成される支持三角形の重心位置を持ち上げながら姿勢を水平にしていけば，対象物が傾いていても，重力が生成するモーメントによって対象物の姿勢はポテンシャルエネルギーが低くなる方向に自動的に修正される．後者のアルゴリズムは指先と対象物間の滑りを積極的に利用するもので，2 本指アルゴリズムと同様ここでは簡易バージョンと呼ぶことにする．実験（後述）ではこの簡易バージョンによって対象物を安定な平衡状態に誘導している．なお，3 本指把握アルゴリズムでは重心と図心が一致しているという仮定を設けたが，簡易バージョンに対してはこの仮定は不用である．

4. 2　一般的な正多角推物体への拡張

この 3 本指アルゴリズムを一般的な正多角錐物体に適用することを考える．まず上記 3 本指アルゴリズムを適用するために，Π_1 を定義し対象物を回転させ，**Fig. 9** (b) のように倒す．Fig. 8 と同様に操作平面 Π_2，境界平面 Π_s，Π_r を定義し，回転動作中の安定性も考慮して F_1，F_2 を位置決めし，対象物を回転させる（Fig. 9 (b)-(c)）．最後に支持指である F_3 を離してから式（2）を満足するように再度位置決めし，Fig. 9 (d) のように持ち上げることにより平衡把握が実現できる．

ここで正 n 角錐について考察する．3 本指アルゴリズムにより最終的な把握形態は Fig. 9 (d) のようになる．このときの接触面を真上から見てみる．正三角錐の場合，**Fig. 10** (a) のような指配置となり，対象物の並進方向の動きを拘束できている．正六角錐，正九角錐などの場合も Fig. 10 (a) のように正三角錐とまったく同じ指配置で把握でき，これらは指配置を変えずに把握できるグループであることが分かる．正四角錐の場合，Fig. 10 (b) のように，対象物を矢印の方向に拘束できないが，正八角錐，正十六角錐などは同じ指配置で把握できるグループである．さらに Fig. 10 (c)，Fig. 10 (d) のように同じ指配置で

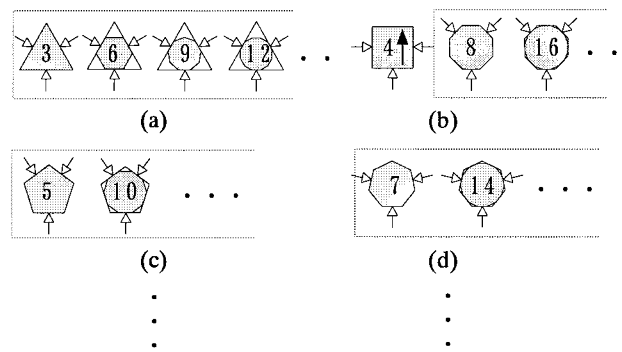

Fig. 10　Top views of grasp system

把握できるグループが構成できる．したがって，Fig. 9 (c) における回転動作が実現できれば，正四角錐をのぞく正 n 角錐物体については 3 本指アルゴリズムが適用できることが分かる．

5.　実　　　験

三角錐型の対象物を 3 本指アルゴリズムにより把握する実験を行った．その連続写真を **Fig. 11** に示す．実験で使用したロボットハンド [23] は 3 本指 3 関節（合計 9 関節自由度）を有する．また，各関節には関節角度センサとトルクセンサを持つが，触覚に相当するセンサは持っていない．Fig. 11 (d) のように対象物を任意の辺まわりに回転させ，Fig. 11 (f) で指を 3 面に配置した後，Fig. 8 (d)，(f) のように F_3 を頂点 d において頂点まわりに回転させるという動作を介さずに，指先が形成する三角形の重心位置を上げ，かつ三角形の姿勢を水平にするという簡易バージョンで最終的に Fig. 11 (h) のような重力安定平衡の状態を実現している．この場合，持ち上げ動作中に対象物の重力が生成する回転モーメントにより各指先で滑りが生じ，対象物の姿勢が自動的に最終状態に修正される．このように，実際には厳密な動作計画をたてなくても，重力安定平衡が成立するような位置に指先を位置決めさえすれば，簡単な位置制御で最終状態が実現できることをあえて強調しておきたい．ただし，実験では指の動作範囲を補うため Fig. 11 (d)-(e) 間でテーブル面に垂直な軸まわりの回転動作を施しているため，平衡把握が成功するかどうかはこの回転動作に依存している．

6.　考　　　察

ここで提案した把握アルゴリズムは，目的を達成する唯一のアルゴリズムではない．例えば，3 本指の場合には対象物を逆さにするのではなく，中心軸を水平に位置決めするアルゴリズムも考えられる．ただし，提案する 3 本指アルゴリズムには二つの利点があることを強調しておきたい．一つは指先を位置決めする際，多少誤差が介在していても，重力が対象物を自動的に安定な位置に誘導してくれる点である．アルゴリズムの基本バージョンの記述では厳密さを追求しているが，実際には多少粗っぽい簡易バージョンでも安定平衡把握に持ち込むことができる．もう一つは，平衡した状態で支持三角形を持ち上げていくだけで，対象物は自動的にパームに接触し，より頑丈な包み込み把握へと容易に移行できる点である．

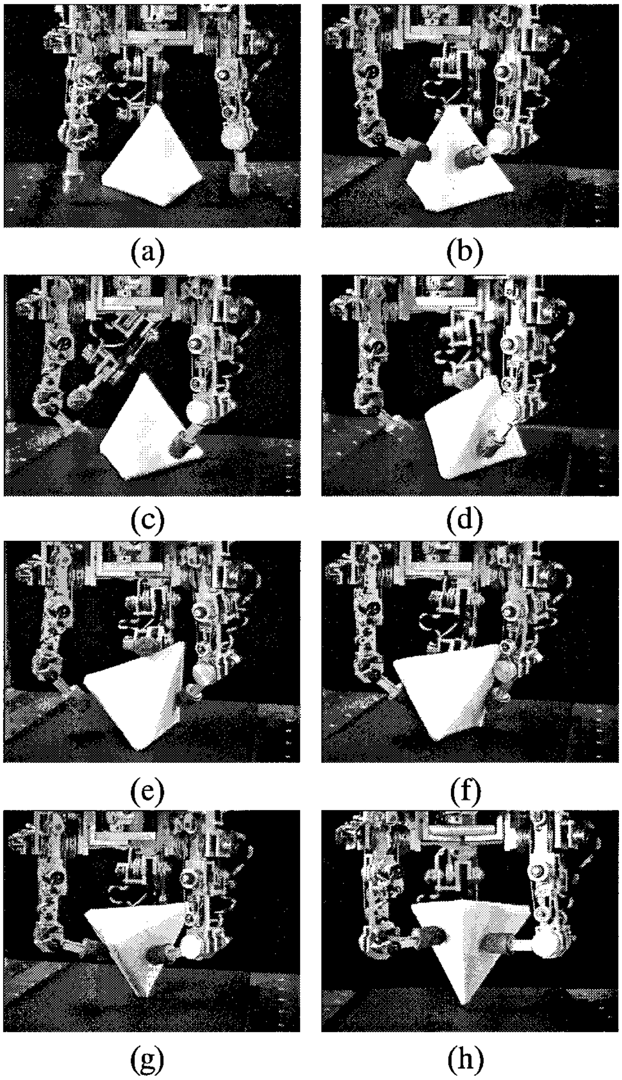

Fig. 11 Continuous photos in capturing a pyramidal object

次に，本アルゴリズムが適用可能な対象物の拡張性について考察してみよう．ここでは，直接把握できないことを大前提としているので，実際にこのアルゴリズムが有効利用できる対象物の候補としては，多角錘物体の部分集合的な形状が考えられる．例えば，多角錘物体を任意断面で切断して作られる台形状物体が典型的な応用例となり得る．この場合，回転動作さえ実行できれば，少なくとも２本指把握アルゴリズムが適用できる．

7. まとめ

重力場に置かれた多角錐対象物に対する平衡把握問題について考察し，以下のことを示した．

- 直接把握できない多角錐物体に対する２本指把握アルゴリズムの基本バージョンと滑りを積極的に利用する簡易バージョンを示した．
- 重心が図心と一致し，頂点まわりの回転を実現できる程度の摩擦が存在するという条件のもとで，正四角錐をのぞく正多角錐物体に適用できる３本指把握アルゴリズムの基本バージョンと実用的な簡易バージョンを提案した．
- 三角錐対象物に対する実験を行い，アルゴリズムの簡易バージョンの有効性を確認した．

最後に，本研究における実験は筆者の一人が独ダルムシュタット工科大学滞在中に行ったものである．実験に協力していただいた M. Kessler 氏，および滞在の機会を与えていただいた H. Tolle 教授に心より感謝の意を表したい．また，本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究一般 (c)10650259 の補助を受けて行われたものである．

参考文献

[1] K. Mirza and D.E. Orin: “Control of force distribution for power grasp in the DIGITS system,” Proc. of the IEEE 29th CDC Conf., pp.1960–1965, 1990.
[2] J.C. Trinkle, J.M. Abel and R.P. Paul: “Enveloping, frictionless planar grasping,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1987.
[3] J.K. Salisbury: “Whole-Arm manipulation,” Proc. of the 4th Int. Symp. of Robotics Research, Santa Cruz, CA, 1987. Published by the MIT Press, Cambridge MA.
[4] J.K. Salisbury, W. Townsend, B. Eberman and D. Dipietro: “Preliminary design of a Whole-Arm Manipulation System (WAMS),” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, p.254, 1988.
[5] A. Bicchi: “Force distribution in multiple whole-limb manipulation,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.196–201, 1993.
[6] T. Omata and K. Nagata: “Rigid body analysis of the indeterminate grasp force in power grasps,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1787–1794, 1996.
[7] X-Y. Zhang, Y. Nakamura, K. Goda and K. Yoshimoto: “Robustness of power grasp,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2828–2835, 1994.
[8] W.S. Howard and V. Kumar: “A minimum principle for the dynamic analysis of systems with friction,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.437–441, 1993.
[9] 吉川，永井：“多指ハンドの操り力と握力”，計測自動制御学会論文集，vol.23, no.11, pp.1206–1213, 1987.
[10] R. Fearing: “Simplified grasping and manipulation with dexterous robot hands,” IEEE. J. of Robotics and Automation, vol.RA-2, no.4, pp.188–195, 1986.
[11] M. Kaneko, Y. Tanaka and T. Tsuji: “Scale-dependent grasp,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2131–2136, 1996.
[12] M. Kaneko, Y. Hino and T. Tsuji: “On Three Phases for Achieving Enveloping Grasps,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.385–390, 1997.
[13] M. Kaneko, N. Thaiprasert and T. Tsuji: “Experimental Approach on Enveloping Grasp for Column Objects,” Preprint of Experimental Robotics, pp.17–27, 1997.
[14] T. Shirai, M. Kaneko, K. Harada and T. Tsuji: “Scale-Dependent Grasps,” Proc. of the 3rd Int. Conf. on Advanced Mechatronics, pp.197–202, 1998.
[15] H. Terasaki and T. Hasegawa: “Motion planning of intelligent manipulation by a parallel two-fingered gripper equipped with a simple rotating mechanism,” IEEE Trans on Robotics and Automation, vol.14, no.2, pp.207–219, 1998.
[16] 余，福田，辻尾：“重力効果等価面による把持不可能な未知対象物の重量の推定”，日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会’98 講演論文集，2BII3-2, 1998.
[17] J. Ponce and B. Faverjon: “On computing three-finger force-closure grasps of polygonal objects,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.11, no.6, pp.868–881, 1995.

[18] H. Hanafusa and H. Asada: “Stable Prehension by a Robot Hand with Elastic Fingers,” Proc. of the 7th International Symp. on Industrial Robotics, p.361, 1977.

[19] V.D. Nguyen: “Constructing Stable Grasp,” Int. J. of Robotics Research, vol.8, no.1, pp.26–37, 1989.

[20] 金子，今村，横井，谷江：“摩擦を考慮した多指ハンドの剛性モデルによる安定把握解析”，日本ロボット学会誌，vol.7, no.3, pp.161–171, 1989.

[21] Y. Funahashi, T. Yamada, M. Tate and Y. Suzuki: “Grasp Stability Analysis Considering the Curvature at Contact Point,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3040–3046, 1996.

[22] S. Svinin, M. Kaneko and T. Tsuji: “Internal forces and stability in multi-finger grasps,” IFAC. J. of Control Engineering Practice, vol.7, pp.413–422, 1999.

[23] M. Kaneko, M. Kessler, A. Weigl and H. Tolle: “Capturing Pyramidal-like Objects,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3619–3624, 1998.

付録 A　剛性行列の算出

平衡把握の定義は，対象物に作用する力とモーメントが釣り合うことである．ここでは平衡把握に関するモデル化，系の剛性行列の求め方について示す．

A.1　モデル化

Fig. 12 は，多角錐対象物を n 本指で把握する場合をモデル化したものであり，第 i 指が対象物と接触している場合を表している．Σ_R は基準座標系を表し，Σ_O は対象物の重心に固定された座標系，$\Sigma_{Fi}(i=1,\cdots,n)$ は第 i 指に固定された座標系を表す．$\boldsymbol{p}_O$，$\boldsymbol{R}_O$ は基準座標系から見た Σ_O の位置ベクトル，ならびに姿勢を表す回転行列であり，同様に $\boldsymbol{p}_{Fi}$，$\boldsymbol{R}_{Fi}$ は基準座標系から見た Σ_{Fi} の位置ベクトル，ならびに姿勢を表す回転行列である．${}^{O}\boldsymbol{p}_{Ci}$ は Σ_O から見た対象物と第 i 指の接触点の位置ベクトルであり，同様な接点を Σ_{Fi} で表したベクトルが ${}^{Fi}\boldsymbol{p}_{Ci}$ である．

対象物と第 i 指との接点は，Σ_O と Σ_{Fi} から見た接触点の位置ベクトルをそれぞれ用いることにより，以下のように表すことができる．

$$\boldsymbol{p}_O+\boldsymbol{R}_O{}^{O}\boldsymbol{p}_{Ci}=\boldsymbol{p}_{Fi}+\boldsymbol{R}_{Fi}{}^{Fi}\boldsymbol{p}_{Ci} \tag{3}$$

各接触点では滑り接触すると仮定する．このため，各接触点における法線方向と対象物と指先の滑りの方向は常に直交する．つまり，基準座標系から見た各接触点における法線方向ベクトルを $\boldsymbol{N}_i$ とすると，以下のようになる．

$$\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_O\Delta^{O}\boldsymbol{p}_{Ci}=\boldsymbol{N}_i^{T}\boldsymbol{R}_{Fi}\Delta^{Fi}\boldsymbol{p}_{Ci}=0 \tag{4}$$

ここで，Δ は変分を表す．式 (3) を変分し $\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}}$ をかけたものに式 (4) を考慮することにより，以下のような式が得られる．

$$\boldsymbol{D}_{Oi}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{p}_O\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_O\end{bmatrix}=\boldsymbol{D}_{Fi}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{p}_{Fi}\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_{Fi}\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{D}_{Oi}=\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{I}\ \ -(\boldsymbol{R}_O{}^{O}\boldsymbol{p}_{Ci}\otimes)]\in\mathcal{R}^{1\times 6}$$
$$\boldsymbol{D}_{Fi}=\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{I}\ \ -(\boldsymbol{R}_{Fi}{}^{Fi}\boldsymbol{p}_{Ci}\otimes)]\in\mathcal{R}^{1\times 6}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は単位行列で，($\boldsymbol{R}_O{}^{O}\boldsymbol{p}_{Ci}\otimes$)，($\boldsymbol{R}_{Fi}{}^{Fi}\boldsymbol{p}_{Ci}\otimes$) はそれぞれ外積と等価な歪対称行列である．また，$\Delta\boldsymbol{\phi}_O$，$\Delta\boldsymbol{\phi}_{Fi}$ は座標系 Σ_O，Σ_{Fi} の Σ_R に関する微小回転角ベクトルである．式 (5) をすべての接触点についてまとめた形で記述することにより，次式が得られる．

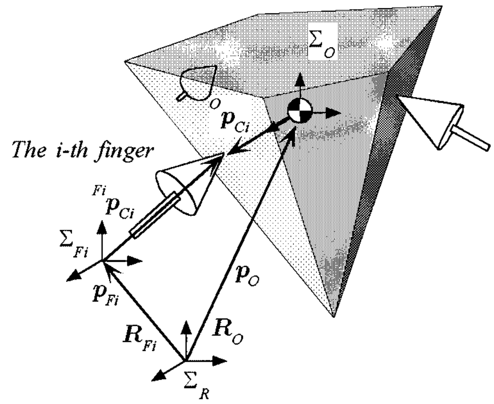

Fig. 12　Model of the system

$$\boldsymbol{D}_B\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{p}_O\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_O\end{bmatrix}=\boldsymbol{D}_F\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{p}_{F1}\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_{F1}\\ \vdots\\ \Delta\boldsymbol{p}_{Fn}\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_{Fn}\end{bmatrix} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{D}_B=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{O1}\\ \vdots\\ \boldsymbol{D}_{On}\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{n\times 6}$ であり，

$$\boldsymbol{D}_F=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{F1} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \boldsymbol{D}_{Fn}\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{n\times 6n}$$

である．本研究では，Fig. 12 のような平衡把握状態においてハンドの指先は固定されているため，座標系 Σ_{Fi} の並進方向と回転方向の微小変位は $\Delta\boldsymbol{p}_{Fi}=\Delta\boldsymbol{\phi}_{Fi}=0$ となる．これより，式 (6) は以下のようになる．

$$\boldsymbol{D}_B\Delta\boldsymbol{p}_B=0 \tag{7}$$

ただし，$\Delta\boldsymbol{p}_B=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{p}_O\\ \Delta\boldsymbol{\phi}_O\end{bmatrix}$ とおいている．

A.2　剛性行列

次に把握系の剛性行列 $\boldsymbol{K}$ の求め方について考えよう．式 (1) より $\boldsymbol{K}$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{K}=\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}}\left(\frac{\partial U}{\partial\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

さらに，式 (8) は $\boldsymbol{p}_B$ を用いて以下のように書き換えられる．

$$\boldsymbol{K}=\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{p}_B^{\mathrm{T}}}\left(\frac{\partial U}{\partial\boldsymbol{p}_B^{\mathrm{T}}}\frac{\partial\boldsymbol{p}_B}{\partial\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{p}_B}{\partial\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}} \tag{9}$$

また，対象物系のポテンシャルエネルギーは以下により与えられる．

$$U = \boldsymbol{p}_B^{\mathrm{T}} m\boldsymbol{g} \tag{10}$$

式（9）より，$\boldsymbol{K}$ を求めるには重心の変位 $\boldsymbol{p}_B$ の対象物の変位 $\boldsymbol{\lambda}$ に関する偏微分係数を求める必要がある．

ここで，Fig. 12 のように指と対象物が滑り接触している場合の対象物重心の微小変位を求めるため，式（7）を $\Delta\boldsymbol{p}_B$ について解くことを考える．$\boldsymbol{D}_B$ の逆行列がとれるようにするため，$\Delta\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{E}_B \Delta\boldsymbol{p}_B$ を設ける．$\Delta\boldsymbol{\lambda}$ は $\mathrm{rank}\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_B \\ \boldsymbol{E}_B\end{bmatrix} = 6$ とできる最小の次元数を有している．$\Delta\boldsymbol{\lambda}$ を用いて，式（7）を以下のとおりに $\Delta\boldsymbol{p}_B$ について解くことができる．

$$\Delta\boldsymbol{p}_B = \begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_B \\ \boldsymbol{E}_B\end{bmatrix}^{+} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\boldsymbol{\lambda}\end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\triangleq \frac{\partial \boldsymbol{p}_B}{\partial \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}} \Delta\boldsymbol{\lambda} \tag{12}$$

これより，式（10),（12）を式（9）に代入することにより，$\boldsymbol{K}$ が計算できる．

金子　真（Makoto Kaneko）
1954 年 1 月 18 日生．1981 年 3 月東京大学工学系研究科博士課程修了．工学博士．同年 4 月通産省工業技術院機械技術研究所入所．1990 年 4 月，九州工業大学情報工学部助教授．1993 年 10 月広島大学教授，現在に至る．ロボットハンド，力覚センサ，触覚ベーストアクティブセンシングなどの研究に興味を持つ．IEEE，計測自動制御学会，日本機械学会などの会員．
（日本ロボット学会正会員）

原田研介（Kensuke Harada）
1968 年 9 月 28 日生．1997 年 3 月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了．博士（工学)．同年 4 月広島大学助手，現在に至る．ロボットハンド，ロボットマニピュレータの力学と制御に関する研究に興味を持つ．計測自動制御学会，日本機械学会などの会員．（日本ロボット学会正会員）

沖本　越（Koyuru Okimoto）
1974 年 5 月 19 日生．1997 年 3 月広島大学工学部第二類（電気系）卒業．同年 4 月広島大学大学院工学研究科（博士課程前期）情報工学専攻入学，現在に至る．人工能動触角，ロボットハンドなどの研究に従事．（日本ロボット学会学生会員）

辻　敏夫（Toshio Tsuji）
1959 年 12 月 25 日生．1985 年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了．同年同大学工学部助手，1994 年同助教授，現在に至る．工学博士．人間とロボットの運動制御，ニューラルネット，マン・マシンシステムなどの研究に従事．計測自動制御学会，日本機械学会，電気学会，電子情報通信学会などの会員．
（日本ロボット学会正会員）