

別刷

計測自動制御学会 論文集

年 第 卷 第 号

(P. ~P.)



社団法人 計測自動制御学会

冗長性を利用したマニピュレータの 関節コンプライアンス調節

辻 敏夫*・高橋 利彰*・伊藤 宏司*

Joint Compliance Regulation for Manipulators Utilizing Redundant Degrees of Freedom

Toshio TSUJI*, Toshiaki TAKAHASHI* and Koji ITO*

Compliance control is one of the most effective control methods for force control of manipulators. Servo gains associated with the joints contribute to end-point compliance of the manipulator. This presents an inverse problem: adjusting the servo gains at the joints so as to achieve a desired end-point compliance.

The present paper proposes a regulation method of the joint compliance (or stiffness) utilizing redundant joint degrees of freedom. First of all, the general solution of the joint compliance satisfying the desired end-point compliance is derived, and it is shown that the transformation of the end-point compliance to the joint compliance becomes an under-constrained problem. Then, a criterion which places the joint compliance close to the desired one is considered. The solution gives the optimal joint compliance in the least squared sense while satisfying the required end-point compliance. In order to confirm the validity of our method, computer simulations are performed for several arms and it is shown that the compliance about the specified joint can be regulated by the weighting matrix. The joint compliance regulation method presented in this paper will be useful in terms of compliance control of arms with large redundancy such as active cord manipulators, robotic hands and human arms.

Key Words: compliance control, robot manipulator, arm redundancy, joint compliance, end-point compliance

* 広島大学工学部 東広島市西条町大字下見

* Faculty of Engineering, Hiroshima University,
Higashi-hiroshima
(Received August 7, 1989)
(Revised December 22, 1989)

1. まえがき

接触作業や拘束条件下の運動をマニピュレータで行う場合、作業空間での機械インピーダンス（コンプライアンス/スティフネス、粘性、慣性）を効果的に調節する方法が有効である¹⁾。すなわち、作業に応じて位置を制御する方向と力を制御する方向に適切なインピーダンスを設定することにより、位置と力の制御を統一的に取り扱うことができる。本論文では、インピーダンスのうち、マニピュレータと環境との静的な相互作用を表わすコンプライアンスについて考察する。

組立作業やばり取り、ドアの開閉、クランク回転などのように外部からの拘束に従いながら作業を行おうとする場合には、作業空間に関するコンプライアント動作²⁾が要求される。このような動作を実現するためには、マニピュレータの手先を仮想的に柔らかくすることが必要になる。従来からマニピュレータの手先コンプライアンス制御に対して、位置や力などのフィードバック制御を用いたソフトウェアサーボによる方法^{3)~6)}が提案されている。特に Salisbury が提案した能動的剛性制御⁴⁾は手先の目標スティフネスを実現するのに必要な関節のサーボゲインを求めることができ、冗長アームにも適用可能であるという点で、最も一般的に用いられている。作業空間インピーダンスから求めた力を、関節トルクに変換する方法¹⁾はこの能動的剛性制御を包含しており、同様の考え方に基づいている⁷⁾。

マニピュレータに要求される目標コンプライアンスは、対象としている作業内容やマニピュレータの姿勢、力学構造に応じて決定する必要があるが、これには作業空間だけでなく、関節空間に関するコンプライアンスも含まれる。たとえば、マニピュレータの機構的な制約のため関節剛性のある範囲内の値に抑えたい

とか、各関節を独立に制御するため関節コンプライアンス行列を対角行列にしたいという場合がある。またヒトは特定の関節の剛性を積極的に調節して作業を行っているという報告もなされている⁹⁾。もちろん、作業空間コンプライアンスは与えられた作業に応じて適切に設定されねばならない。能動的剛性制御は、作業空間スティフネスを厳密に指定できるが、関節スティフネスを調節することはできない。これに対して、関節コンプライアンス行列を対角にする方法として、ダイレクトコンプライアンス制御が提案されている^{9), 10)}。この方法は個々の関節のトルクサーボ系を1入力1出力系で実現できるという利点をもつが、作業空間での可変コンプライアンスの要素数だけ関節が必要となりマニピュレータに要求される関節数が増加する。また、関節コンプライアンス行列の対角化が前提条件であるため、作業空間コンプライアンスの設定範囲が制限されてしまう。これらの方法に対して、本論文では、マニピュレータの冗長自由度を積極的に利用することにより、作業空間での目標コンプライアンスを満足しながら、関節コンプライアンスを望ましい値に近づけることを考える。

マニピュレータは作業を行うのに必要とされる自由度以上の関節自由度を有する場合が多い。マニピュレータの冗長性は特異姿勢や障害物回避など、その融通性、汎用性を高める効果をもつ¹¹⁾。マニピュレータの冗長性の利用は、特に逆運動学問題に関して活発に研究されている^{11)~14)}。Liegeoisは微小変位の逆運動学の一般解に評価関数を導入し、零空間ベクトルを用いて解を求める方法を示した¹²⁾。Hollerbach and Suh¹³⁾、Vukobratovic and Kircanski¹⁴⁾は、Liegeoisの方法に基づき、それぞれ関節トルク2乗和とアクチュエータ消費エネルギーの最小化を実現する逆運動学解を導出している。また、吉川は可操作度を考慮して、特異姿勢を回避する逆運動学解を導きだした¹¹⁾。これらの手法は、作業空間変位や速度を関節空間に変換する際に用いることができ、位置制御や速度制御に有効である。しかしながら、コンプライアンス制御では、コンプライアンス行列を取り扱うことになるため、冗長性を利用した行列変換を考える必要がある。

マニピュレータが冗長性を有する場合、手先コンプライアンスを関節コンプライアンスに変換する問題は不定解を生じる。本論文で提案する方法は、目標手先コンプライアンスを満足しながら、望ましい関節コンプライアンスに最も近い関節コンプライアンスを求めることができ、冗長自由度の大きいマニピュレータやロボット・ハンドなどのコンプライアンス制御に有

効である。

以下、2章では、マニピュレータのスティフネス、コンプライアンスに関する基礎方程式を示し、3章で手先コンプライアンスを関節コンプライアンスに変換する方法を導出する。4章では本手法を各種のマニピュレータに適用し、その有効性を検討するとともに、重み行列を導入することにより、特定の関節に関するコンプライアンスをより目標値に近づけることが可能であることを示す。

2. 多関節アームのコンプライアンス

いま、マニピュレータの自由度を m とし、関節変位を示すベクトルを $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)^T$ 、関節トルクを表わすベクトルを $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)^T$ とする。一方、対象とする作業が l 自由度($l \leq m$)で表わされるものとし、作業空間における位置・姿勢のベクトルを $X = (X_1, X_2, \dots, X_l)^T$ 、力・モーメントのベクトルを $F = (F_1, F_2, \dots, F_l)^T$ とする。一般に、 θ から X への変換は非線形で、

$$X = r(\theta) \quad (1)$$

で与えられる。姿勢 θ まわりの微小変位を考えると、

$$dX = J(\theta)d\theta \quad (2)$$

となる。ここで $J(\theta)$ はヤコビ行列である(以下、 J と略記)。また、 F から τ への変換は(2)式と双対の関係にあり、

$$\tau = J^T F \quad (3)$$

で与えられる。ここで、各空間のスティフネスをつぎのように定義する。

$$1) \text{ 作業空間: } F = K_e dX \quad (4)$$

$$2) \text{ 関節空間: } \tau = K_j d\theta \quad (5)$$

ただし、 $dX \triangleq X^e - X$ 、 $d\theta \triangleq \theta^e - \theta$ で、 X^e 、 θ^e は平衡点を表わす。 $K_e \in R^{l \times l}$ 、 $K_j \in R^{m \times m}$ はそれぞれ、作業空間、関節空間のスティフネス行列である。

K_e と K_j の関係は、(2)~(5)式を用いて、

$$K_j = J^T K_e J \quad (6)$$

となる。上式は能動的剛性制御と呼ばれる⁹⁾。

一方、各レベルのコンプライアンスを C_e 、 C_j とすると、

$$C_e = J C_j J^T \quad (7)$$

となる。ただし、 $dX = C_e F$ 、 $d\theta = C_j \tau$ である。これらの関係をFig. 1に示す。ここで各空間の次元に注目すべきである。マニピュレータが冗長な関節自由度をもつ場合に能動的剛性制御を用いると、正則な K_e が与えられても K_j は正則とならない。 K_e から K_j への変換が不定問題となるためである¹⁵⁾。

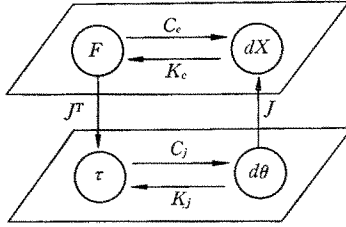


Fig. 1 Compliance relationship between joint and end-point coordinates

3. 冗長アームの関節コンプライアンス調節

作業に応じて目標手先スティフネス K_c が与えられたとき、それを関節空間に変換することを考える。ただし、対象とするマニピュレータは、冗長な関節自由度をもち ($m > l$)、マニピュレータの姿勢は特異姿勢ではないと仮定する。

いま、目標手先スティフネス K_c は正則であるとする。このとき、手先コンプライアンス C_c は、

$$C_c = K_c^{-1} = J C_j J^T \tag{8}$$

となる。したがって、問題は上式を満たす行列 C_j を求めることになる。

(8)式のマトリクス方程式の一般解は、

$$C_j = J^+ C_c (J^T)^+ + [C^* - J^+ J C_j (J^+ J)^T] \tag{9}$$

で与えられる(付録A参照)。ただし、 J^+ は J の擬似逆行列¹⁶⁾、 $Z_1 \in R^{m \times m}$ は任意の行列である。すなわち、冗長な関節自由度をもつアームでは、ある手先コンプライアンスを実現しながら、関節コンプライアンスを選択できることがわかる。関節自由度の冗長性を利用することにより、関節コンプライアンスを目的に応じて調節することが可能になる。

問題は、(9)式に含まれる任意行列 Z_1 を目的に応じて設定する方法である。本論文では、与えられた手先コンプライアンス C_c を満足しながら、望ましい関節コンプライアンス C_j^* にできるだけ近い関節コンプライアンス C_j を求めることを考える。すなわち、(9)式において、評価関数 $G_1(C_j)$ 、

$$G_1(C_j) = \|C_j^* - C_j\| \tag{10}$$

を最小にする行列 Z_1 を求めることになる。ここでマトリクスノルムとして、

$$\|C_j^* - C_j\| = \{\text{tr}[(C_j^* - C_j)^T (C_j^* - C_j)]\}^{1/2} \tag{11}$$

を用いる。ただし、 $\text{tr}[A]$ は行列 A のトレースを表わす。

この問題は最小2乗法により解くことができ、

$$Z_1 = C_j^* - J^+ J E_1 (J^+ J)^T \tag{12}$$

となる(付録B参照)。ただし、 $E_1 \in R^{m \times m}$ は任意の行列である。(12)式を(9)式に代入すると、結局、

$$C_j = J^+ C_c (J^T)^+ + [C_j^* - J^+ J C_j^* (J^+ J)^T] \tag{13}$$

を得る。すなわち、目標手先コンプライアンスを満足しながら、望ましい関節コンプライアンスに最も近い(評価関数 G_1 を最小にする)解を求めることができる。もちろん、 C_j^* が零行列の場合は、(13)式は、

$$\check{C}_j = J^+ C_c (J^T)^+ \tag{14}$$

となり、最小ノルム解に対応する¹⁵⁾。この最小ノルム解 C_j は正則とはならないが、最適解 C_j は C_j^* が正則で与えられる限り、ほとんどの場合において正則となり¹⁷⁾、関節スティフネス K_j を求めることが可能になる。

このコンプライアンス変換の不定性は、逆運動学解の不定性に対応している。関節コンプライアンス C_j が正則な場合、冗長アームの逆運動学解は、

$$d\theta = C_j J^T (J C_j J^T)^{-1} dX \tag{15}$$

で求めることができる¹⁸⁾。これは、関節空間のポテンシャルエネルギー

$$Q(d\theta) = d\theta^T C_j^{-1} d\theta \tag{16}$$

を最小にする解である。いま、(13)式の最適解を(15)式に代入し、変形すると、

$$d\theta = J^+ dX + (I - J^+ J) d\theta^* \tag{17}$$

を得る。ただし、 $d\theta^* \in R^m$ は

$$d\theta^* = C_j^* J^T C_c^{-1} dX \tag{18}$$

で、 I は単位行列である。(2)式の逆運動学問題を第1サブタスクと考え、目標関節コンプライアンス C_j^* から求められる目標関節変位 $d\theta^*$ に $d\theta$ をできるだけ近づけるという第2サブタスク

$$d\theta = d\theta^* \tag{19}$$

を導入すると、(17)式は吉川の優先順位を考慮した逆運動学解¹¹⁾と等価であることがわかる。ただし、(13)式のコンプライアンス変換では目標関節変位 $d\theta^*$ を陽に指定する必要がなく、任意の外力に対応できるという利点をもつ。

さらに、(10)式の評価関数に重み行列 W を導入し、

$$G_2(C_j) = \|W(C_j^* - C_j)W^T\| = \|WC_j^*W^T - WC_jW^T\| \tag{20}$$

を最小化することを考えよう。ただし、 $W \in R^{m \times m}$ は正則な対角行列とする。重み行列 W は C_j^* のうち、特に値を指定したい関節に重みを付けることができる。ここで、(8)式を、

$$C_c = J W^{-1} W C_j W^T (W^{-1})^T J^T \tag{21}$$

とおき、 WC_jW^T に関して一般解を求めると、

$$WC_jW^T = (JW^{-1})^+ C_c \{(JW^{-1})^T\}^+ + [Z_2 - (JW^{-1})^+ (JW^{-1}) Z_2 \cdot \{(JW^{-1})^+ (JW^{-1})\}^T] \tag{22}$$

となる。上式は(9)式の C_j を WC_jW^T に、 J を

JW^{-1} に置き換えることに対応する。したがって、(22)式を(20)式に代入し、 $G_2(C_j)$ を行列 Z_2 に関して最小化すると、(12)式と同様に、

$$Z_2 = WC^*W^T - (JW^{-1})^+(JW^{-1}) \cdot E_2 \{ (JW^{-1})^+(JW^{-1}) \}^T \quad (23)$$

を得る。ただし、 $E_2 \in R^{m \times m}$ は任意の行列である。

(23)式を(22)式に代入し、 C_j を求めると、

$$C_j = W^{-1}(JW^{-1})^+C_e \{ (JW^{-1})^T \}^+ (W^T)^{-1} + [C^* - W^{-1}(JW^{-1})^+JC^*J^T \cdot \{ (JW^{-1})^T \}^+ (W^T)^{-1}] \quad (24)$$

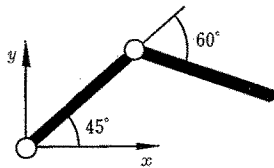
となる。上式の C_j は評価関数 $G_2(C_j)$ を最小化することになる。

以上のように、不定解を生じるコンプライアンス変換問題を、目標関節コンプライアンスとのマトリクスノルムを最小化するという評価のもとで、一般的に解くことができる。

4. 各種アームの関節コンプライアンス調節

本論文で提案した関節コンプライアンス調節法は、関節自由度の冗長性を利用しているため、冗長性の大きなアームほど有効になると思われる。そこで3種類の平面アーム(2, 4, 6自由度)に本手法を適用し、比較してみた。結果を Fig. 2, 3, 4 に示す。目標手先コンプライアンスはいずれも $C_e = \text{diag}[10, 10]$ で、各アームは同じ姿勢で静止している。それぞれの目標関節コンプライアンス C^* 、最小ノルム解 \tilde{C}_j (14)式)、最適解 C_j (13)式)、評価関数 G (10)式)は図中に示す。

Fig. 2 の2関節アームは冗長アームではないため、ヤコビ行列 J の逆行列が存在し、最小ノルム解と最適解は一致している。これに対して、Fig. 3, Fig. 4 で



Length of each link: 6(m)

Desired end-point compliance; $C_e = \text{diag}[10.0, 10.0]$

Desired joint compliance; $C^* = \text{diag}[0.5, 0.5]$

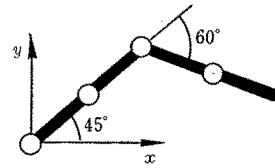
$$\tilde{C}_j = \begin{bmatrix} 0.370 & -0.556 \\ -0.556 & 1.111 \end{bmatrix}, C_j = \begin{bmatrix} 0.370 & -0.556 \\ -0.556 & 1.111 \end{bmatrix}$$

Cost function; $G(\tilde{C}_j) = 1.003765, G(C_j) = 1.003765$

Determinant; $\det \tilde{C}_j = 0.102881, \det C_j = 0.102881$

Fig. 2 Joint compliance regulation of a two-link planar arm

(\tilde{C}_j : minimum norm solution, C_j : optimal solution (Eq. (13))



Length of each link: 3(m)

Desired end-point compliance; $C_e = \text{diag}[10.0, 10.0]$

Desired joint compliance;

$$C^* = \text{diag}[0.5, 0.5, 0.5, 0.5]$$

$$\tilde{C}_j = \begin{bmatrix} 0.402 & -0.037 & -0.476 & -0.238 \\ -0.037 & 0.023 & 0.083 & 0.041 \\ -0.476 & 0.083 & 0.641 & 0.321 \\ -0.238 & 0.041 & 0.321 & 0.160 \end{bmatrix}$$

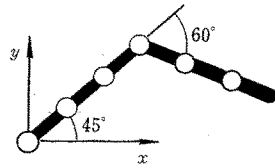
$$C_j = \begin{bmatrix} 0.488 & -0.209 & -0.407 & -0.203 \\ -0.209 & 0.368 & -0.055 & -0.028 \\ -0.407 & -0.055 & 0.796 & 0.148 \\ -0.203 & -0.028 & 0.148 & 0.574 \end{bmatrix}$$

Cost function; $G(\tilde{C}_j) = 1.078717, G(C_j) = 0.814635$

Determinant; $\det \tilde{C}_j = 0.000000, \det C_j = 0.014190$

Fig. 3 Joint compliance regulation of a four-link planar arm

(\tilde{C}_j : minimum norm solution, C_j : optimal solution (Eq. (13))



Length of each link: 2(m)

Desired end-point compliance; $C_e = \text{diag}[10.0, 10.0]$

Desired joint compliance;

$$C^* = \text{diag}[0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5]$$

$$\tilde{C}_j = \begin{bmatrix} 0.306 & 0.097 & -0.112 & -0.320 & -0.213 & -0.107 \\ 0.097 & 0.035 & -0.028 & -0.090 & -0.060 & -0.030 \\ -0.112 & -0.028 & 0.056 & 0.140 & 0.094 & 0.047 \\ -0.320 & -0.090 & 0.140 & 0.371 & 0.247 & 0.124 \\ -0.213 & -0.060 & 0.094 & 0.247 & 0.165 & 0.082 \\ -0.107 & -0.030 & 0.047 & 0.124 & 0.082 & 0.041 \end{bmatrix}$$

$$C_j = \begin{bmatrix} 0.464 & -0.107 & -0.178 & -0.248 & -0.165 & -0.083 \\ -0.107 & 0.387 & -0.120 & -0.126 & -0.084 & -0.042 \\ -0.178 & -0.120 & 0.438 & -0.004 & -0.002 & -0.001 \\ -0.248 & -0.126 & -0.004 & 0.619 & 0.079 & 0.040 \\ -0.165 & -0.084 & -0.002 & 0.079 & 0.553 & 0.026 \\ -0.083 & -0.042 & -0.001 & 0.040 & 0.026 & 0.513 \end{bmatrix}$$

Cost function; $G(\tilde{C}_j) = 1.186330, G(C_j) = 0.638262$

Determinant; $\det \tilde{C}_j = 0.000000, \det C_j = 0.002083$

Fig. 4 Joint compliance regulation of a six-link planar arm

(\tilde{C}_j : minimum norm solution, C_j : optimal solution (Eq. (13))

は、関節コンプライアンスの最適解 C_j は最小ノルム解 \tilde{C}_j に比べて目標値 C^* に近づいていることがわかる。いずれの解も目標手先コンプライアンス C_e を満

Table 1 Joint compliance regulations of a four-link planar arm using weighting matrices

	Desired joint compliance, C_j^*	Weighting matrix, W	Optimal solution, C_j
Case 1	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.488 & -0.209 & -0.407 & -0.203 \\ -0.209 & 0.368 & -0.055 & -0.028 \\ -0.407 & -0.055 & 0.796 & 0.148 \\ -0.203 & -0.028 & 0.148 & 0.574 \end{bmatrix}$ $\det C_j = 0.014190$
Case 2	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 10.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.893 & -0.646 & -0.017 & -0.842 \\ -0.646 & 0.492 & 0.006 & 0.315 \\ -0.017 & 0.006 & 0.500 & 0.015 \\ -0.842 & 0.315 & 0.015 & 1.236 \end{bmatrix}$ $\det C_j = -0.033430$
Case 3	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 50.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 50.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.371 & 0.000 & -0.555 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.555 & 0.000 & 1.111 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$ $\det C_j = 0.000000$

Desired end-point compliance; $C_e = \text{diag} [10.0, 10.0]$
 Arm posture ; $\theta = (45^\circ, 0^\circ, 60^\circ, 0^\circ)^T$

足しており、また、最小ノルム解 \tilde{C}_j は2関節アームをのぞいて正則にはならないが、最適解 C_j は正則になっている点に注意すべきである。

つぎに(24)式の重み付きコンプライアンス調節の有効性を確認するため、Fig. 3の4関節アームの関節コンプライアンス C_j を求めてみた。結果をTable 1に示す。Case 1は重みを単位行列に設定した場合、Case 2は第3関節の重みを大きくした場合の結果である。Case 1の最適解はFig. 3の結果と一致しているが、Case 2では第3関節のコンプライアンスが目標コンプライアンスにほぼ一致しており、重み行列が有効に働いていることがわかる。また、Case 3は、4関節アームの第2、第4関節に関するコンプライアンスが零になるように、重み行列を用いて関節コンプライアンスを求めた結果である。このことは第2、第4関節を固定することを意味するから、アームは2関節アームと等価になる。表から、最適解 C_j は2関節アームの関節コンプライアンス (Fig. 2) と完全に一致していることがわかる。このように特定の関節をかたくしたり、やわらかくしたりする解を簡単に求めることができる。ただし、本論文で用いた重み行列((20)式)ではコンプライアンス行列の行または列に重み付けすることになり、各要素に独立に重みを付けることはできない。別の形式の重み行列を工夫することによりこの問題に対処する必要がある。

以上のように、目標手先コンプライアンスを満足しながら、関節コンプライアンスを望ましい値に近づけることが可能となる。本論文で示した方法は粘性行列

の変換問題にもそのまま適用でき、冗長自由度の大きいマニピュレータ、ロボット・ハンドなどのインピーダンス制御やヒトの骨格筋に代表される生体運動系のインピーダンス調節機構の冗長性解析などに有効である。

5. まとめ

本論文では、関節自由度の冗長性を利用したコンプライアンス調節法を提案し、その有効性を検討した。本手法は、1)手先コンプライアンスだけでなく、関節コンプライアンスも直接、指定できる。2)関節コンプライアンスにより、外力に対するアームの姿勢を一意に決定できるといった利点を備えている。今後は作業状況、目的に応じた目標コンプライアンスの設定法や、関節コンプライアンスの正定値性、対角化などの評価の導入、重み行列 W の改善などの問題を検討するとともに、索状マニピュレータの障害物回避やロボット・ハンドの手先コンプライアンス制御への応用を考えている。なお、本研究の一部は文部省科学研究費(62460142, 63750415)の研究助成によるものであり、ここに改めて謝意を表します。

参考文献

- 1) N. Hogan: Impedance Control: An Approach to Manipulation, Part I, II, III, Trans. ASME J. of Dynamics Systems, Measurement and Control, **107-1**, 1/24 (1985)
- 2) M. T. Mason: Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, **SMC-11-6**, 418/432

- (1981)
- 3) R. P. Paul and B. Shimano: Compliance and Control, Proc. Joint Automatic Control Conference, 694/699 (1976)
 - 4) J. K. Salisbury: Active Stiffness Control of a Manipulator in Cartesian Coordinates, the 19th IEEE Conf. Decision and Control, 95/100 (1980)
 - 5) 末広, 高瀬: 直接計算方式による作業座標サーボに基づくマニピュレーションシステム, 日本ロボット学会誌, 3-2, 95/105 (1984)
 - 6) 平本, 杉本, 荒井, 坂上: 多自由度ロボットの仮想コンプライアンス制御, 計測自動制御学会論文集, 22-3, 343/350 (1986)
 - 7) 吉川恒夫: ロボット制御基礎論, コロナ社 (1988)
 - 8) 辻, 杉野, 伊藤, 長町: 動的作業における生体運動系のインピーダンス調節, 第3回生体・生理工学シンポジウム論文集, 247/250 (1988)
 - 9) 金子, 横井, 谷江: シリアルリンクのダイレクトコンプライアンス制御, 日本機械学会論文集, 54-C-503, 1510/1514 (1988)
 - 10) 横井, 金子, 谷江: パラレルリンクのダイレクトコンプライアンス制御, 日本機械学会論文集, 54-C-505, 2131/2139 (1988)
 - 11) 吉川恒夫: 冗長性を有するロボットの制御, 日本ロボット学会誌, 2-6, 587/592 (1984)
 - 12) A. Liegeois: Automatic Supervisory Control of Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-7-12, 861/871 (1977)
 - 13) J. M. Hollerbach and K. C. Suh: Redundancy Resolution of Manipulators through Torque Optimization, IEEE J. of Robotics and Automation, RA-3-4, 308/314 (1984)
 - 14) M. Vukobratovic and M. Kircanski: A Dynamic Approach to Normal Trajectory Synthesis for Redundant Manipulators, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-14-4, 580/586 (1984)
 - 15) 辻, 池本, 伊藤, 長町: 冗長性を有する上肢多自由度運動におけるインピーダンス変換法, 電気学会論文誌, 108-C-7, 471/477 (1988)
 - 16) D. E. Whitney: The Mathematics of Coordinated Control of Prostheses and Manipulators, Trans. ASME J. of Dynamic System, Measurement and Control, 94-4, 303/306 (1972)
 - 17) M. R. Cutkosky and I. Kao: Computing and Controlling the Compliance of a Robotic Hand, IEEE Trans. Robotics and Automation, 5-2, 151/165 (1989)
 - 18) F. A. Mussa Ivaldi: Compliance, In "Human Movement Understanding", Edited by P. Morasso and V. Tagliasco, 161/212, Elsevier (1986)
 - 19) 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会 (1974)

《付 録》

A. コンプライアンス変換の一般解

《定理1》^{15), 19)} 「(8)式のマトリクス方程式の一般解は,

$$C_j = J^+ C_e(J^T)^+ + [Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T] \quad (A.1)$$

で与えられる。ただし, $Z_1 \in R^{m \times m}$ は任意の行列である。」

(証明) (A.1)式の C_j を(8)式に代入すると,

$$J C_j J^T = J J^+ C_e (J^T)^+ J^T + J [Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T] J^T = C_e \quad (A.2)$$

となるから, (A.1)式の C_j は(8)式の解である。また, S_1 を任意の解とすると,

$$Z_1 = S_1 - J^+ C_e (J^T)^+ \quad (A.3)$$

として,

$$S_1 = J^+ C_e (J^T)^+ + [Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T] \quad (A.4)$$

と表わすことができる。以上より, (A.1)式は(8)式の一般解である。

B. コンプライアンス変換の最小2乗解

(9)式を(10)式に代入すると, 評価関数 G_1 は,

$$G_1(Z_1) = \{ \text{tr} [(C_e^* - J^+ C_e (J^T)^+ - [Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T]^T (C_e^* - J^+ C_e (J^T)^+ - [Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T])] \} \quad (B.1)$$

となる。問題は, $G_1(Z_1)$ を最小にする行列 Z_1 を求めることである。最適解に関する必要条件は,

$$\partial G_1(Z_1) / \partial Z_1 = 0 \quad (B.2)$$

が成立することであるから, (B.1)式を(B.2)式に代入し, 展開すると,

$$Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T = C_e^* - J^+ J C_e^* (J^+ J)^T \quad (B.3)$$

となる。ただし, トレースの微分公式¹⁹⁾,

$$\partial \text{tr}[AX] / \partial X = A^T \quad (B.4)$$

$$\partial \text{tr}[AXB] / \partial X = A^T B^T \quad (B.5)$$

$$\partial \text{tr}[X^T X] / \partial X = 2X \quad (B.6)$$

$$\partial \text{tr}[AX^T BXC] / \partial X = BXCA + B^T XA^T C^T \quad (B.7)$$

および, J^+ に関する性質,

$$(J^+ J)^T = J^+ J \quad (B.8)$$

$$(J^+ J)^T J^+ J = J^+ J \quad (B.9)$$

を用いた。ここで(B.3)式に関して以下の定理が成り立つ。

《定理2》 「(B.3)式の Z_1 に関する一般解は,

$$Z_1 = C_e^* - J^+ J E_1 (J^+ J)^T \quad (B.10)$$

で与えられる。」

(証明) (B.3)式に(B.10)式に代入すると,

$$\begin{aligned} Z_1 - J^+ J Z_1 (J^+ J)^T &= C_e^* - J^+ J E_1 (J^+ J)^T \\ &\quad - J^+ J C_e^* (J^+ J)^T \\ &\quad + J^+ J J^+ J E_1 (J^+ J)^T (J^+ J)^T \\ &= C_e^* - J^+ J C_e^* (J^+ J)^T \quad (B.11) \end{aligned}$$

となるから, (B.10)式の Z_1 は(B.3)式の解である。また, S_2 を任意の解とすると,

$$E_1 = C_e^* - S_2 \quad (B.12)$$

とおくと,

$$J^+ J E_1 (J^+ J)^T = J^+ J C_e^* (J^+ J)^T - J^+ J S_2 (J^+ J)^T \quad (B.13)$$

となる。(B.3)式より,

$$J^+JC^*(J^+J)^T - J^+JS_2(J^+J)^T = C^* - S_2 \quad (\text{B.14})$$

となるから, (B.10)式が成立する。したがって,

(B.10)式は(B.3)式の一般解である。

(B.10)式を(9)式に代入すると,

$$C_j = J^+C_e(J^T)^+ + [C^* - J^+JC^*(J^+J)^T] \quad (\text{B.15})$$

を得る。上式はコンプライアンス変換方程式((8)式)の評価関数 G_1 ((10)式)に関する最小2乗解を与える。